

Soal Latihan

PERSIAPAN KST 2023

Kelas 9 SMP/MTS

Matematika





SOAL LATIHAN

KST-7 2023



Kelas 9 SMP/MTS



Perkumpulan Pembina OSN
Jawa Tengah

KATA PENGANTAR

Kompetisi Sains Terbuka diadakan pertama kali pada tahun 2017 oleh Perkumpulan Pembina OSN Jawa Tengah (PPO Jateng). Keunikan kompetisi ini adalah siswa-siswi yang sudah pernah meraih medali OSN tidak diperkenankan ikut KST. Hal ini bertujuan agar siswa-siswi lainnya semakin termotivasi untuk berkompetisi di bidang matematika, dan apabila mempunyai kesempatan untuk mewakili sekolah di ajang OSN maka KST bisa menjadi sarana untuk menambah pengalaman berkompetisi dan memperkuat mental juara. Mempertimbangkan banyaknya pertanyaan dari peserta KST tahun-tahun sebelumnya mengenai materi lomba dan persiapan apa yang harus dilakukan, maka panitia KST membuat Buku Latihan Soal Persiapan KST-7 2023. Tujuannya agar peserta bisa belajar dari soal-soal tersebut dan mempunyai gambaran mengenai variasi soal yang ada di KST 2023.

Buku ini terdiri dari 2 paket soal yang dilengkapi dengan pembahasan. Cara yang efektif untuk belajar dari buku ini adalah soal-soal dikerjakan terlebih dulu, baru kemudian jawaban yang diperoleh bisa dicocokkan dengan pembahasan yang ada. Walaupun jawaban siswa-siswi sudah benar, disarankan untuk tetap memahami pembahasan di buku ini agar siswa-siswi bisa memiliki wawasan yang lebih luas dalam menjawab soal matematika. Tim penulis terbuka terhadap setiap masukan yang membangun. Semoga buku ini bermanfaat.

Salam.

Semarang, 16 Juli 2023

Tim PPO Jateng

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	II
DAFTAR ISI.....	III
PAKET 1.....	1
PAKET 2.....	10
KUNCI JAWABAN	20
PEMBAHASAN PAKET 1	21
PEMBAHASAN PAKET 2	41

PAKET 1
SOAL LATIHAN PERSIAPAN KST-7 2023
KELAS 9 SMP/MTs

1. Nilai dari hasil operasi berikut sama dengan ...
$$(0,3)^2 + 0,1$$
 - A. 1
 - B. 0,1
 - C. 0,19
 - D. 0,109

2. Setiap bilangan 1, 2, 3, dan 4 mewakili p, q, r atau s . Nilai terbesar yang mungkin dari $p^q + r^s$ sama dengan ...
 - A. 19
 - B. 66
 - C. 82
 - D. 83

3. Jika $x^2yz^3 = 7^4$ dan $xy^2 = 7^5$, maka nilai dari xyz sama dengan ...
 - A. 7^2
 - B. 7^3
 - C. 7^8
 - D. 7^9

4. Pada tabel berikut hasil kali bilangan yang dilambangkan dengan huruf-huruf pada baris dan kolom yang diberikan.

x	y	6
z	w	50
12	25	

Contoh: $xy = 6$ dan $xz = 12$

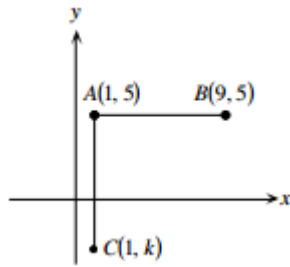
Jika x, y, z dan w merupakan bilangan bulat, maka nilai dari xw sama dengan ...

- A. 150
B. 300
C. 75
D. 30
5. Pada barisan lima bilangan x , ____, 3, ____, 18, setiap bilangan setelah bilangan kedua sama dengan hasil kali dua buah bilangan sebelumnya. Nilai dari x sama dengan ...
- A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{3}{2}$
C. 1
D. -1
6. Jumlah digit-digit dari bilangan lima digit adalah 2. Berapa banyaknya bilangan 5-digit tersebut?

Catatan: bilangan 5-digit tidak dapat diawali dari nol

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

7. Perhatikan gambar berikut.



Jika panjang AB sama dengan panjang AC , maka berapakah nilai dari k ?

- A. -3
- B. -4
- C. -5
- D. -7

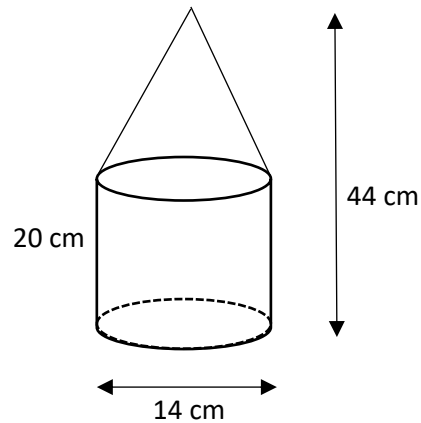
8. Pada permainan dadu, seorang bermain dengan dua dadu. Skor yang diperoleh merupakan noktah terbesar dari dua dadu yang nampak.

Sebagai contoh jika dua dadu masing-masing menampilkan 3 dan 5, maka skor yang didapat adalah 5. Jika kedua dadu menampilkan 4 dan 4, maka skor yang didapat adalah 4.

Berapakah peluang dia mendapatkan skor 3 atau kurang?

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{7}{36}$
- C. $\frac{5}{36}$
- D. $\frac{1}{3}$

9. Perhatikan gambar berikut

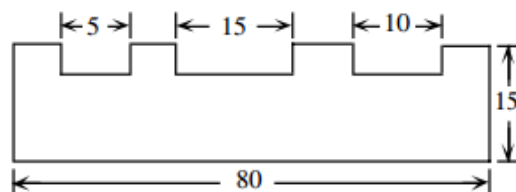


Bangun tersebut terdiri dari tabung dan kerucut.

Luas permukaan bangun tersebut sama dengan ...

- A. 1584 cm^2
- B. 1430 cm^2
- C. 1424 cm^2
- D. 1144 cm^2

10. Perhatikan gambar berikut.

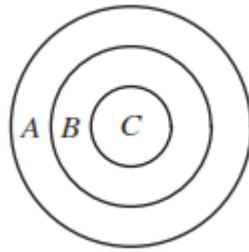


Sebuah persegi panjang diportong dengan bentuk potongan berupa persegi panjang kecil sebanyak tiga buah seperti tampak pada gambar.

Sisa luasan dari persegi panjang tersebut adalah 990. Berapakah lebar persegi panjang potongan tersebut?

- A. 7
- B. 6
- C. 5
- D. 4

11. Sebuah target anak panah terdiri 3 daerah, dengan masing-masing daerah memiliki poin yang berbeda. Tiga orang peserta memanah masing-masing dua kali dan skor yang didapat sebagai berikut.



Pemanah pertama: 1 busur di C dan 1 busur di A dan mendapat skor 15.

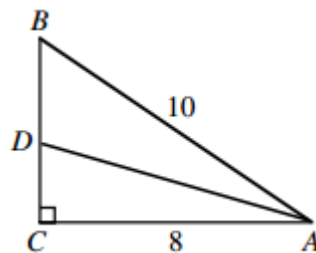
Pemanah kedua: 1 busur di C dan 1 busur di B dan mendapat skor 18.

Pemanah ketiga : 1 busur di B dan 1 busur di A dan mendapat skor 13

Jika pemanah keempat kedua busurnya di B, maka skor yang didapatkan adalah ...

- A. 10
- B. 14
- C. 16
- D. 18

12. Segitiga ABC segitiga siku-siku dengan $AB = 10$ dan $AC = 8$. Jika $BC = 3 \cdot DC$, maka panjang AD sama dengan ...



- A. $\sqrt{65}$
- B. $\sqrt{80}$
- C. $\sqrt{73}$
- D. $\sqrt{68}$

13. Volume bola terbesar yang dapat dimasukkan dalam kubus dengan panjang rusuk

21 cm adalah ...

- A. 1386 cm^3
- B. 4851 cm^3
- C. 14.553 cm^3
- D. 38.808 cm^3

14. Angka 1, 2, 3, 4 dapat disusun menjadi 24 bilangan 4-digit berbeda.

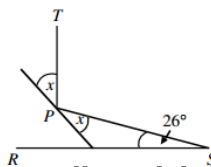
Jika ke duapuluh empat bilangan tersebut disusun dari bilangan terkecil ke bilangan terbesar, maka bilangan 3142 berada pada urutan ke ...

- A. 13
- B. 14
- C. 15
- D. 16

15. Jika bilangan 20^{50} dan 50^{20} dikalikan, maka banyaknya nol pada hasil perkalian tersebut adalah ...

- A. 70
- B. 90
- C. 140
- D. 210

16. Perhatikan gambar berikut.



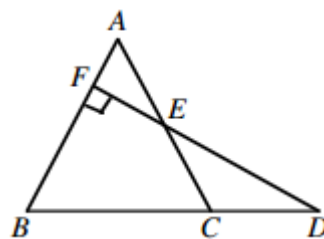
Suatu sinar dari tempat S dipantulkan oleh cermin pada titik P . Jika pada pantulan tersebut terdapat titik T sedemikian hngga PT tegak lurus terhadap RS , maka tentukanlah nilai dari x . (dalam satuan derajat)

- A. 26°
- B. 32°
- C. 38°
- D. 45°

17. Titik $A(a, b)$ dicerminkan terhadap garis $x = 2$ menghasilkan bayangan $A'(0, 2)$, maka koordinat titik A adalah ...

- A. $(2, -4)$
- B. $(0, -4)$
- C. $(2, 4)$
- D. $(4, 2)$

18. Perhatikan gambar berikut.



$\triangle ABC$ merupakan segitiga samasisi, $BC = 2CD$; $AF = 6$ dan DEF tegak lurus AB .

Berapakah luas daerah segiempat $FBEC$?

- A. $144\sqrt{3}$
- B. $138\sqrt{3}$
- C. $126\sqrt{3}$
- D. $108\sqrt{3}$

19. Banyaknya solusi atau penyelesaian (x, y) , dari persamaan $3x + y = 100$ dengan x dan y bilangan bulat adalah ...

- A. 33
- B. 35
- C. 100
- D. 101

20. Jika $\sqrt{y-5} = 5$ dan $2^x = 8$, maka $x + y$ sama dengan ...

- A. 13
- B. 28
- C. 33
- D. 35

21. Ketika Hery menggantikan nilai $x = 1$ pada ekspresi $ax^3 - 2x + c$ mendapatkan nilai -5 . Sedangkan ketika menggantikan $x = 4$ pada ekspresi tersebut mendapatkan nilai 52.

Satu nilai x menghasilkan nilai sama dengan nol (0) pada saat ...

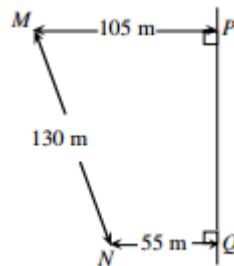
- A. 2
- B. $\frac{5}{2}$
- C. $\frac{7}{2}$
- D. 4

22. Terdapat empat buah bilangan bulat positif berbeda a, b, c, N sedemikian hingga $N = 5a + 3b + 5c$. Hal ini juga berlaku benar untuk $N = 4a + 5b + 4c$. N terlatak diantara 131 dan 150. Tentukanlah nilai dari $a + b + c$

- A. 17
- B. 22
- C. 33
- D. 36

23. Perhatikan gambar berikut.

Pengembangan Media Pendidikan matematika Manipulatif (Project)



Suatu terminal gas T akan dibuat pada suatu titik pada sepanjang PQ . Berapakah panjang pipa gas minimal sedemikian hingga dapat mengirimkan gas dari T ke M dan dari T ke N ?

- A. 200
- B. 202
- C. 198
- D. 210

24. Jika $\triangle ABC$, dengan $A(4,6)$, $B(8,0)$ dan $C(0,9)$ diputar sejauh 180° beralawan arah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ maka bayangannya adalah $\triangle A'B'C'$. Koordinat titik berat $\triangle A'B'C'$ adalah ...

- A. $(-3, -4)$
- B. $(-4, -5)$
- C. $(4,5)$
- D. $(-5, -4)$

25. Berapakah jumlah semua nilai x yang memenuhi persamaan berikut

$$(x^2 - 5x + 5)^{x^2 + 4x - 60} = 1$$

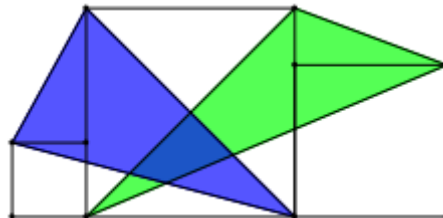
- A. -4
- B. 3
- C. 1
- D. -5

PAKET 2
SOAL LATIHAN PERSIAPAN KMT 2023
KELAS 9 SMP/MTs

1. Ekspresi $a + 2021 + a - 2022 + a + 2023 + a - 2024$ sama dengan ...
 - A. $10a$
 - B. $4a - 2$
 - C. $4a + 2$
 - D. $-2a$

2. Jika $x = 4$ dan $y = 3x$ dan $z = 2y$, maka nilai dari $y + z$ sama dengan ...
 - A. 12
 - B. 20
 - C. 36
 - D. 40

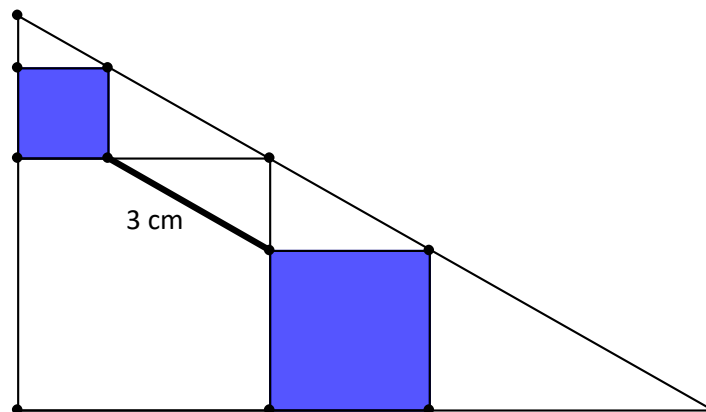
3. Perhatikan gambar berikut



Diberikan tiga buah persegi seperti tampak pada gambar di atas. Perbandingan luas daerah berwarna biru dan luas daerah berwarna hijau sama dengan ...

- A. 1 : 1
- B. 1 : 2
- C. 2 : 1
- D. 1 : 3

4. Jika $\frac{2022}{7} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}$ dengan $x, y, dan z$ adalah bilangan bulat positif, maka nilai dari $x + y + z$ sama dengan ...
- A. 293
B. 294
C. 295
D. 296
5. Bilangan-bilangan 49, 29, 9, 40, 22, 15, 53, 33, 13, 47 akan dipasang-pasangkan sedemikian hingga setiap pasangan memiliki jumlah yang sama. Berapakah pasangan dari bilangan 15?
- A. 40
B. 47
C. 49
D. 53
6. Perhatikan gambar berikut



Luas total daerah berwarna biru sama dengan ...

- A. 8 cm^2
B. 9 cm^2
C. 10 cm^2
D. 11 cm^2

7. Selisih antara dua bilangan a dan b adalah bilangan non negatif dari $a - b$ atau $b - a$. Sebagai contoh selisih antara 24 dan 64 adalah 40.

Perhatikan barisan bilangan berikut.

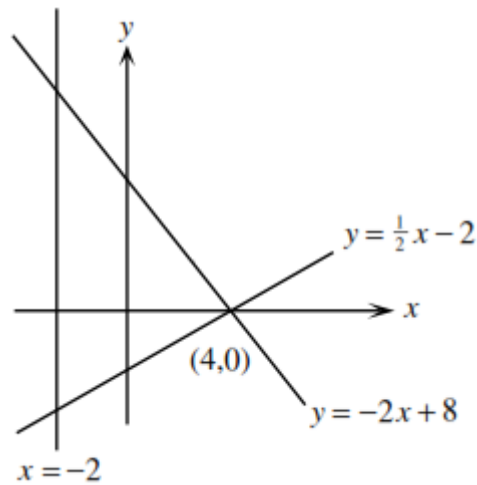
88, 24, 64, 40, 24, ...

Dimana bilangan setelah bilangan kedua merupakan selisih antara dua buah bilangan sebelumnya.

Tentukan jumlah 100 bilangan pertama dari barisan tersebut.

- A. 760
B. 752
C. 776
D. 405
8. Pada kegiatan pemilihan ketua kelas, sebanyak 61 siswa memilih empat calon ketua kelas. Setiap siswa hanya dapat memilih satu calon ketua.
- Calon ketua dikatakan menang dalam pemilihan tersebut jika mendapat pemilih terbanyak. Berapakah minimal pemilih untuk suatu calon tersebut dinyatakan menang?
- A. 15
B. 16
C. 21
D. 30
9. Perhatikan operasi berikut
- $$(5^{20} + 1)(5^{22} + 1)(5^{2022} + 1)$$
- Digit satuan dari hasil operasi tersebut adalah ...
- A. 1
B. 2
C. 5
D. 6

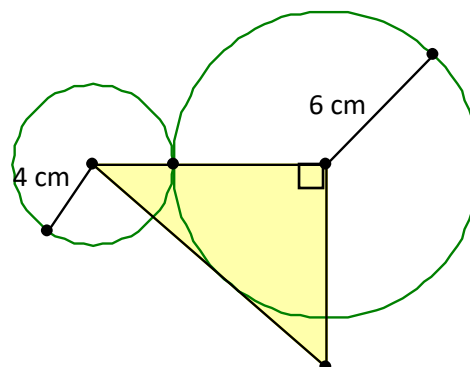
10. Perhatikan gambar berikut.



Dua buah persamaan garis $y = -2x + 8$ dan $y = \frac{1}{2}x - 2$ berpotongan di $(4,0)$ seperti ditunjukkan pada gambar. Luas daerah segitiga yang terbentuk dari dua buah persamaan garis tersebut dan garis $x = -2$ adalah ...

- A. 27
- B. 30
- C. 36
- D. 45

11. Tentukan luas daerah yang berwarna kuning pada gambar di bawah ini sama dengan

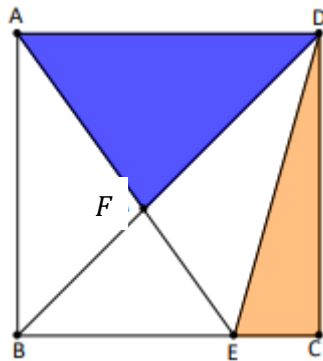


- A. 37 cm^2
- B. $37,5 \text{ cm}^2$
- C. 38 cm^2
- D. $38,5 \text{ cm}^2$

12. Jika $N = (7^{p+4})(5^q)(2^3)$ adalah bilangan kubik (pangkat tiga) dengan p dan q merupakan bilangan bulat, maka nilai terkecil dari $p + q$ sama dengan ...

- A. 5
- B. 2
- C. 8
- D. 6

13. Perhatikan gambar berikut.



$ABCD$ persegi, luas $[AFD] = 16$, luas $[DEC] = 7$
Maka luas daerah persegi $ABCD$ sama dengan

- A. 46
- B. 56
- C. 64
- D. 65

14. Dua buah bilangan bulat m dan n sedemikian hingga $m + n = 20$ dan $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{24}$.

Hasil kali mn sama dengan ...

- A. 36
- B. 48
- C. 96
- D. 24

15. Jika x adalah bilangan bulat kurang dari 100, berapa banyak nilai x sedemikian hingga $\sqrt{1 + 2 + 3 + 4 + x}$ merupakan bilangan bulat?

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

16. Suku pertama suatu barisan adalah 20.

Jika suatu suku pada barisan tersebut adalah t dengan t adalah bilangan genap, maka suku berikutnya adalah $\frac{1}{2}t$.

Jika suatu suku pada barisan tersebut adalah t dengan t adalah bilangan ganjil, maka suku berikutnya adalah $3t + 1$.

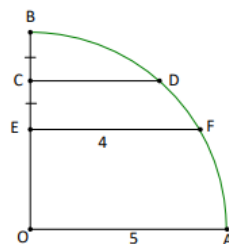
Berikut disajikan tiga suku pertama dari barisan tersebut, yakni 20, 10, 5.

Berapakah suku ke-10 dari barisan tersebut?

- A. 2
- B. 4
- C. 5
- D. 1

17. Perhatikan gambar berikut.

Seperempat lingkaran

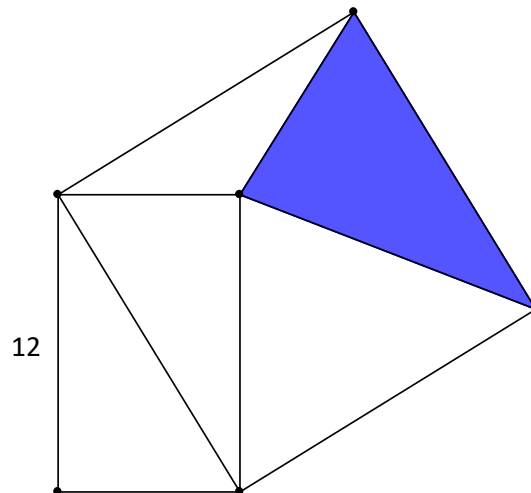


$CD \parallel EF \parallel OA$

Panjang CD sama dengan ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

18. Perhatikan gambar berikut



Luas daerah yang berwarna biru sama dengan?

- A. 51 satuan luas
- B. 52 satuan luas
- C. 53 satuan luas
- D. 54 satuan luas

19. Dipunyai a, b, c adalah tiga buah bilangan dengan

$$a + b = 3$$

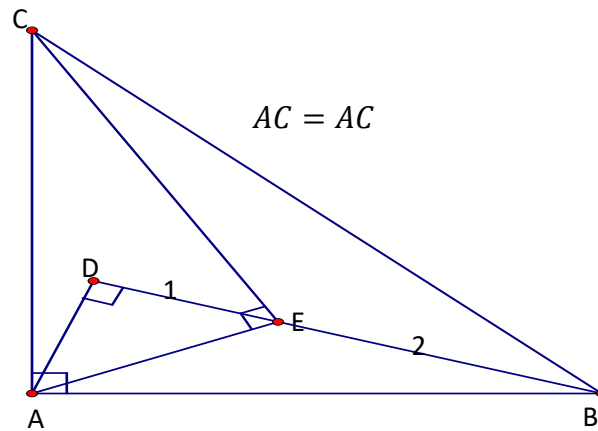
$$ac + b = 18$$

$$bc + a = 6$$

Nilai dari c sama dengan ...

- A. 2
- B. 3
- C. 6
- D. 7

20. Perhatikan gambar berikut.

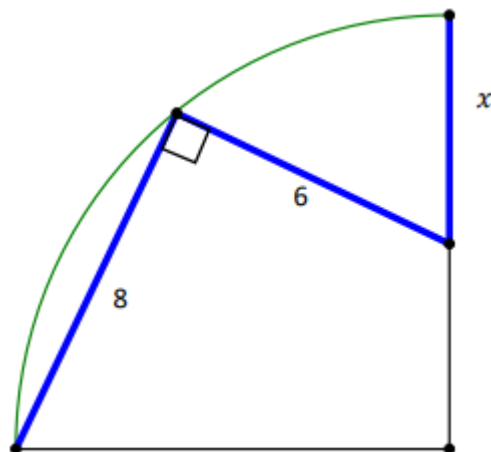


Nilai dari CE sama dengan ...

- A. 3
- B. $2\sqrt{2}$
- C. 4
- D. $3\sqrt{2}$

21. Perhatikan gambar berikut.

Seperempat lingkaran.



Nilai dari x sama dengan ...

- A. $2\sqrt{5}$
- B. 3
- C. $3\sqrt{5}$
- D. 4

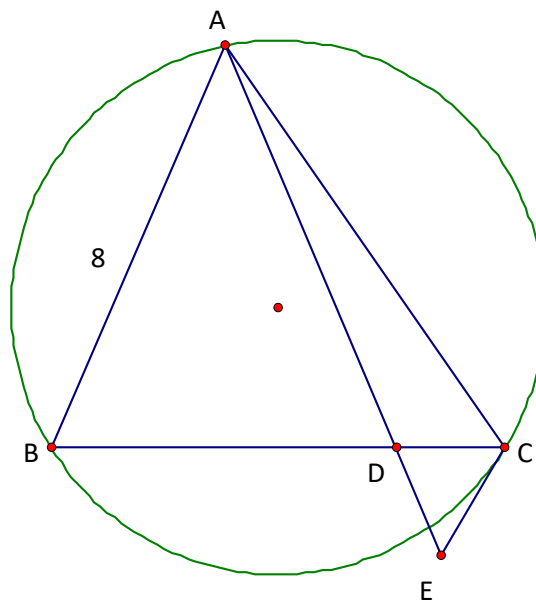
22. $3x^3 - 35x^2 + 500 = 0$ dengan a, b, c merupakan akar-akar dari polinom tersebut.

Nilai dari operasi berikut sama dengan

$$\frac{500^2}{(ab)^2} + \frac{500^2}{(ac)^2} + \frac{500^2}{(bc)^2}$$

- A. 1200
- B. 1225
- C. 1300
- D. 1325

23. Perhatikan gambar berikut (gambar tidak sesuai skala)



Jika $AB = AD$; EC garis singgung lingkaran, $AE = 13$; $BD = 3$, Maka nilai dari CD adalah ...

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

24. Jika a, b, c bilangan real

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1) = 3$$

$$(a + 2)(b + 2)(c + 2) = -2$$

$$(a + 3)(b + 3)(c + 3) = -1$$

Maka tentukan nilai dari $(a + 20)(b + 20)(c + 20)$ sama dengan ...

- A. 6874
- B. 6478
- C. 6748
- D. 6666

25. Jika $101^x = 2020$ dan $20^y = 2020$

$$P = \sqrt{\frac{12x + 24xy + 12y}{10xy - x - y}}$$

Nilai P yang memenuhi sama dengan

- A. 2
- B. -2
- C. 2020
- D. -2020

KUNCI JAWABAN
SOAL LATIHAN PERSIAPAN KMT 2023
KELAS 9 SMP/MTs

PAKET 1				
1	2	3	4	5
C	D	B	A	B
6	7	8	9	10
D	A	B	A	A
11	12	13	14	15
C	D	B	B	B
16	17	18	19	20
B	D	C	A	C
21	22	23	24	25
A	C	A	D	B

PAKET 2				
1	2	3	4	5
B	C	A	C	B
6	7	8	9	10
B	A	B	D	D
11	12	13	14	15
B	A	B	C	B
16	17	18	19	20
A	C	D	D	B
21	22	23	24	25
A	B	D	C	B

PEMBAHASAN PAKET 1
SOAL LATIHAN PERSIAPAN KMT 2023
KELAS 9 SMP/MTs

1. Nilai dari hasil operasi berikut sama dengan ...

$$(0,3)^2 + 0,1$$

- A. 1
- B. 0,1
- C. 0,19
- D. 0,109

Kunci Jawab: C

Penyelesaian

$$(0,3)^2 + 0,1 = 0,09 + 0,1 = 0,19$$

2. Setiap bilangan 1, 2, 3, dan 4 mewakili p, q, r atau s . Nilai terbesar yang mungkin dari $p^q + r^s$ sama dengan ...

- A. 19
- B. 66
- C. 82
- D. 83

Kunci Jawab: D

Penyelesaian

Nilai terbesar terjadi jika masing-masing suku-sukunya besar.

p^q besar pada saat $p = 3$ dan $q = 4$, dengan $p^q = 3^4 = 81$

r^s akan lebih besar jika $r = 2$ dan $s = 1$, dengan $r^s = 2^1 = 2$

Dengan demikian nilai terbesarnya $p^q + r^s = 81 + 2 = 83$

3. Jika $x^2yz^3 = 7^4$ dan $xy^2 = 7^5$, maka nilai dari xyz sama dengan ...

- A. 7^2
- B. 7^3
- C. 7^8
- D. 7^9

Kunci Jawab: B

$$x^2yz^3 \times xy^2 = 7^4 \times 7^5$$

$$x^2y^3z^3 = 7^9$$

$$(xyz)^3 = (7^3)^3$$

$$xyz = 7^3$$

■

4. Pada tabel berikut hasil kali bilangan yang dilambangkan dengan huruf-huruf pada baris dan kolom yang diberikan.

x	y	6
z	w	50
12	25	

Contoh: $xy = 6$ dan $xz = 12$

Jika x, y, z dan w merupakan bilangan bulat, maka nilai dari xw sama dengan ...

- A. 150
- B. 300
- C. 75
- D. 30

Kunci Jawab: A

Penyelesaian

- Perhatikan baris 1, $xy = 6$, maka x dan y merupakan faktor positif dari 6, yakni 1, 2, 3, 6.
- Pada kolom kedua, maka didapat $yw = 25$. Dengan kata lain y dan w faktor positif dari 25, yakni 1, 5, dan 25.
- Dari kedua hal tersebut, maka dipastikan y bukan 2 dan y bukan 3.
- Pilih $y = 1$, maka $x = 6$
- Pada kolom 1, maka $xz = 12$ dan $x = 6$, maka $z = 2$
- Lihat pada baris kedua, $zw = 50$, dengan $z = 2$, maka $w = 25$.
- Nilai $w = 25$, juga terpenuhi pada kolom kedua, dimana $yw = 1.25 = 25$
- Dengan demikian

$$xw = 6 \times 25 = 150$$

5. Pada barisan lima bilangan x , ____, 3, ____, 18, setiap bilangan setelah bilangan kedua sama dengan hasil kali dua buah bilangan sebelumnya. Nilai dari x sama dengan ...

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{3}{2}$
- C. 1
- D. -1

Kunci Jawab: B

Penyelesaian

$$x, a, 3, b, 18$$

- $3b = 18$, maka $b = 6$

- $a \cdot 3 = b$

$$a \cdot 3 = 6$$

$$a = 2$$

- $x \cdot a = 3$

$$x \cdot 2 = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

■

6. Jumlah digit-digit dari bilangan lima digit adalah 2. Berapa banyaknya bilangan 5-digit tersebut?

Catatan: bilangan 5-digit tidak dapat diawali dari nol

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

Kunci Jawab: D

Penyelesaian

Jumlah digit-digit sama dengan 2, maka kemungkinannya penyusun bilangan tersebut adalah 1, 1, 0 atau 2, 0

Bilangan-bilangan tersebut adalah

1 1 0 0 0

1 0 1 0 0

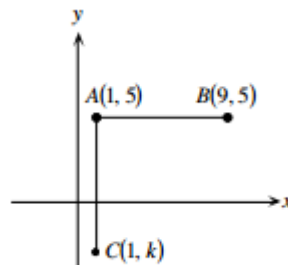
1 0 0 1 0

1 0 0 0 1

2 0 0 0 0

Jadi banyaknya bilangan 5-digit yang memenuhi ada sebanyak 5

7. Perhatikan gambar berikut.



Jika panjang AB sama dengan panjang AC , maka berapakah nilai dari k ?

- A. -3
- B. -4
- C. -5
- D. -7

Kunci Jawab: A

Penyelesaian

$$AB = 9 - 1 = 8$$

$$AB = AC, \text{ maka}$$

$$5 - (k) = 8$$

$$k = -3$$

8. Pada permainan dadu, seorang bermain dengan dua dadu. Skor yang diperoleh merupakan noktah terbesar dari dua dadu yang nampak.

Sebagai contoh jika dua dadu masing-masing menampilkan 3 dan 5, maka skor yang didapat adalah 5. Jika kedua dadu menampilkan 4 dan 4, maka skor yang didapat adalah 4.

Berapakah peluang dia mendapatkan skor 3 atau kurang?

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{7}{36}$
- C. $\frac{5}{36}$
- D. $\frac{1}{3}$

Kunci Jawab: B

Penyelesaian

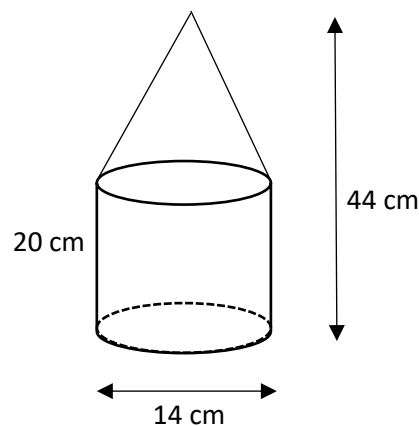
Banyak kejadian yang mungkin adalah 36.

Kejadian skor 3 atau kurang adalah (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,3)

Dengan demikian peluang kejadian skor 3 atau kurang adalah

$$P(A) = \frac{7}{36}$$

9. Perhatikan gambar berikut



Bangun tersebut terdiri dari tabung dan kerucut.

Luas permukaan bangun tersebut sama dengan ...

- A. 1584 cm^2
- B. 1430 cm^2
- C. 1424 cm^2
- D. 1144 cm^2

Kunci Jawab: A

Penyelesaian

- Jari-jari alas tabung dan kerucut sama dengan 7

Jika keliling alas adalah K , maka

$$K = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$$

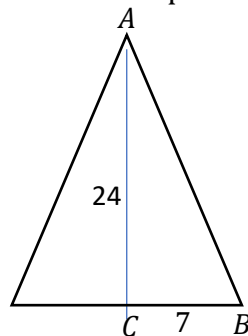
- Luas selimut tabung

$$L = 44 \times 20 = 880$$

- Luas alas tabung

$$L = \frac{22}{7} \times (7)^2 = 154$$

- Garis pelukis pada kerucut dapat diilustrasikan sebagai berikut.



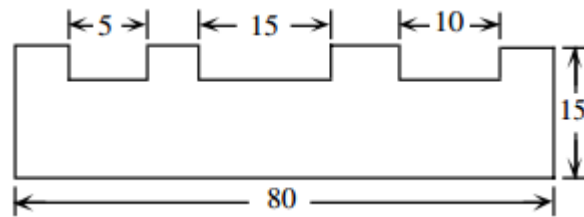
Maka panjang $AB = 25$

- Luas selimut dapat dihitung sebagai berikut

$$\begin{aligned} (L) &= \frac{K \cdot Alas}{Keliling\ selimut} \times luas \\ &= \frac{44}{2 \cdot \pi \cdot 25} \cdot \pi \times 25^2 \\ &= 550 \end{aligned}$$

- Luas permukaan = $880 + 154 + 550 = 1584$

10. Perhatikan gambar berikut.



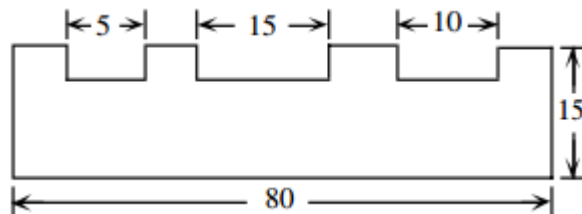
Sebuah persegipanjang diportong dengan bentuk potongan berupa persegipanjang kecil sebanyak tiga buah seperti tampak pada gambar.

Sisa luasan dari persegipanjang tersebut adalah 990. Berapakah lebar persegipanjang potongan tersebut?

- A. 7
- B. 6
- C. 5
- D. 4

Kunci Jawab: A

Penyelesaian



- Jika L merupakan Luas persegipanjang mula-mula, maka

$$\begin{aligned} L &= 80 \times 15 \\ &= 1200 \end{aligned}$$

- Luas potongan total dapat dicari dengan

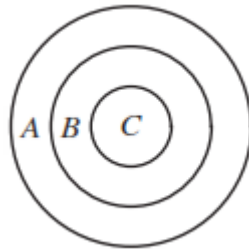
$$1200 - 990 = 210$$

- Jika ketiga potongan persegipanjang dijadikan 1, maka akan didapat persegipanjang dengan panjang, $p = 5 + 15 + 10 = 30$

- Jika lebar persegipanjang dinyatakan dalam l , maka

$$\begin{aligned} p \cdot l &= 210 \\ 30 \cdot l &= 210 \\ l &= 7 \end{aligned}$$

11. Sebuah target anak panah terdiri 3 daerah, dengan masing-masing daerah memiliki poin yang berbeda. Tiga orang peserta memanah masing-masing dua kali dan skor yang didapat sebagai berikut.



Pemanah pertama: 1 busur di C dan 1 busur di A dan mendapat skor 15.

Pemanah kedua: 1 busur di C dan 1 busur di B dan mendapat skor 18.

Pemanah ketiga : 1 busur di B dan 1 busur di A dan mendapat skor 13

Jika pemanah keempat kedua busurnya di B, maka skor yang didapatkan adalah ...

- A. 10
- B. 14
- C. 16
- D. 18

Kunci Jawab: C

Penyelesaian

- Pemanah 1 : $C + A = 15$
- Pemanah 2 : $C + B = 18$
- Pemanah 3 : $B + A = 13$

Dari ketiganya diperoleh

$$2A + 2B + 2C = 46$$

$$A + B + C = 23$$

- Persamaan tersebut dikurangi persamaan dari pemanah 1, maka didapat

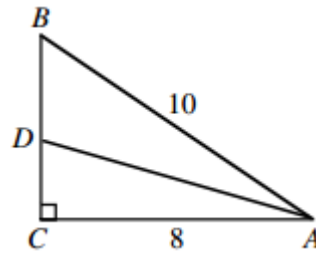
$$A + B + C = 23$$

$$A + C = 15$$

$$B = 8$$

- Pemanah 4 : $2 \cdot B = 2 \cdot 8 = 16$

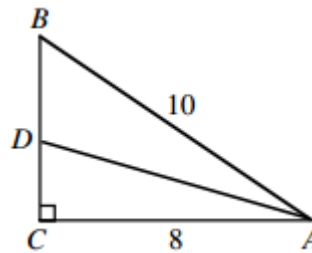
12. Segitiga ABC segitga siku-siku dengan $AB = 10$ dan $AC = 8$. Jika $BC = 3.DC$, maka panjang AD sama dengan ...



- A. $\sqrt{65}$
- B. $\sqrt{80}$
- C. $\sqrt{73}$
- D. $\sqrt{68}$

Kunci Jawab: D

Penyelesaian



- Segitiga ABC merupakan segitiga siku-siku, dengan $AC = 8$; $AB = 10$, maka $BC = 6$
- $BC = 3DC$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow CD &= \frac{BC}{3} \\ &= \frac{6}{3} \\ &= 2\end{aligned}$$

- Lihat segitiga ACD , siku-siku di C , maka berlaku

$$\begin{aligned}AD^2 &= CD^2 + AC^2 \\ &= 2^2 + 8^2 \\ &= 4 + 64 \\ &= 68 \\ AD &= \sqrt{68}\end{aligned}$$

13. Volume bola terbesar yang dapat dimasukkan dalam kubus dengan panjang rusuk 21 cm adalah ...

- A. 1386 cm^3
- B. 4851 cm^3
- C. 14.553 cm^3
- D. 38.808 cm^3

Kunci Jawab: B

Penyelesaian

Diameter bola terbesar yang bisa masuk ke kubus sama dengan panjang rusuk kubus, yakni 21 cm.

Dengan demikian jari-jari bola tersebut adalah $\frac{21}{2}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{2}\right)^3 \\ &= \frac{22 \times 441}{2} \\ &= 4851 \end{aligned}$$

14. Angka 1, 2, 3, 4 dapat disusun menjadi 24 bilangan 4-digit berbeda.

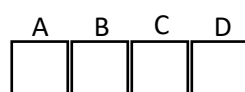
Jika ke duapuluh empat bilangan tersebut disusun dari bilangan terkecil ke bilangan terbesar, maka bilangan 3142 berada pada urutan ke ...

- A. 13
- B. 14
- C. 15
- D. 16

Kunci Jawab: B

Penyelesaian

- Misal bilangan 4-digit tersebut adalah ABCD



- Jika $A = 1$, maka banyaknya susunan B, C, D berbeda dapat dihitung

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

- Jika $A = 2$, maka banyaknya susunan B, C, D berbeda dapat dihitung

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

- Jika $A = 3$, dan $B = 1$ maka

Urutan ke 13 adalah bilangan 3124

Urutan ke 14 adalah bilangan 3142

15. Jika bilangan 20^{50} dan 50^{20} dikalikan, maka banyaknya nol pada hasil perkalian tersebut adalah ...

- A. 70
- B. 90
- C. 140
- D. 210

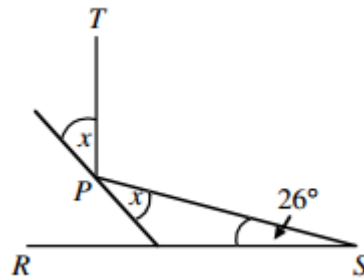
Kunci Jawab: B

Penyelesaian

$$\begin{aligned} 20^{50} \times 50^{20} &= (4.5)^{50} \times (5.10)^{20} \\ &= (2^2)^{50} \cdot 5^{50} \cdot 5^{20} \cdot 10^{20} \\ &= 2^{100} \cdot 5^{70} \cdot 10^{20} \\ &= 2^{30} \cdot 2^{70} \cdot 5^{70} \cdot 10^{20} \\ &= 2^{30} \cdot 10^{70} \cdot 10^{20} \\ &= 2^{30} \cdot 10^{90} \end{aligned}$$

Dengan demikian banyaknya nol pada hasil kali dua bilangan berpangkat tersebut adalah 90.

16. Perhatikan gambar berikut.

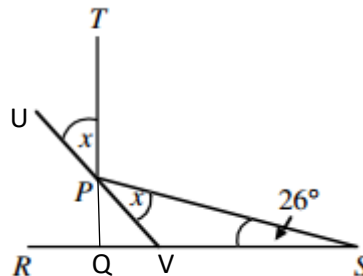


Suatu sinar dari tempat S dipantulkan oleh cermin pada titik P . Jika pada pantulan tersebut terdapat titik T sedemikian hngga PT tegak lurus terhadap RS , maka tentukanlah nilai dari x . (dalam satuan derajat)

- A. 26°
- B. 32°
- C. 38°
- D. 45°

Kunci Jawab: B

Penyelesaian



- Perpanjang TP sehingga memotong RS secara tegak lurus di Q
- Lihat sudut lurus UPV

Sehingga $\angle TPS = 180^\circ - 2x$

- Lihat segitiga PQS dengan $\angle TPS$ merupakan sudut luar segitiga PQS

Sehingga berlaku

$$\angle TPS = \angle S + \angle Q$$

$$180^\circ - 2x = 90^\circ + 26^\circ$$

$$2x = 64^\circ$$

$$x = 32^\circ$$

17. Titik $A(a, b)$ dicerminkan terhadap garis $x = 2$ menghasilkan bayangan $A'(0, 2)$, maka koordinat titik A adalah ...

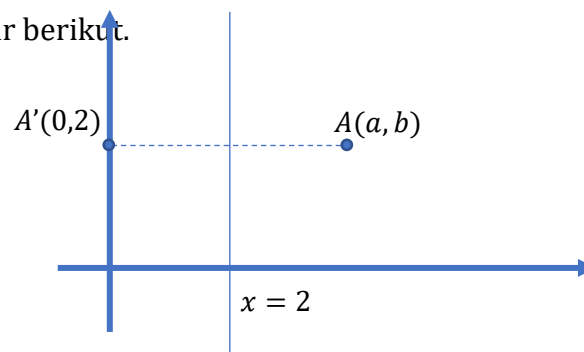
- A. $(2, -4)$
- B. $(0, -4)$
- C. $(2, 4)$
- D. $(4, 2)$

Kunci Jawab: D

Penyelesaian

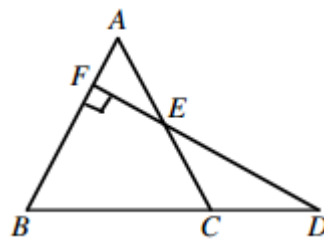
Dengan menggunakan gambar, maka soal ini akan menjadi sangat mudah.

Perhatikan gambar berikut.



Jelas, titik $A(4, 2)$

18. Perhatikan gambar berikut.



$\triangle ABC$ merupakan segitiga samasisi, $BC = 2CD$; $AF = 6$ dan DEF tegak lurus AB .

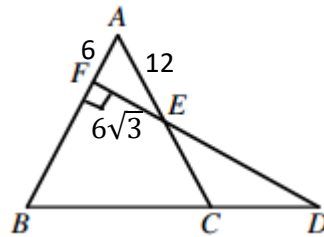
Berapakah luas daerah segiempat $FBEC$?

- A. $144\sqrt{3}$
- B. $138\sqrt{3}$
- C. $126\sqrt{3}$
- D. $108\sqrt{3}$

Kunci Jawab: C

Penyelesaian

- lihat segitiga AFE , siku-siku di F dan $\angle FAE = 60^\circ$. Jika $AF = 6$, maka $AE = 12$ dan $FE = 6\sqrt{3}$
- misal $CD = x$, $BC = 2x$, maka $EC = 2x - 12$



- lihat segitiga BDF , siku-siku di B dan $\angle DBF = 60^\circ$. Jika $BD = 3x$, maka $BF = \frac{3x}{2}$ dan $FE = 6\sqrt{3}$

- dari kedua persamaan tersebut di dapat

$$\frac{3x}{2} = 2x - 6$$

$$3x = 4x - 12$$

$$x = 12$$

- Dengan demikian segitiga ABC memiliki panjang sisi 24.

$$[ABC] = \frac{1}{4} \cdot AB^2 \sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 24^2 \sqrt{3}$$

$$= 144\sqrt{3}$$

- Lihat segitiga AFE

$$[AFE] = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot FE$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3}$$

$$= 18\sqrt{3}$$

- $[BFEC] = [ABC] - [AFE]$

$$= 144\sqrt{3} - 18\sqrt{3}$$

$$= 126\sqrt{3}$$

19. Banyaknya solusi atau penyelesaian (x, y) , dari persamaan $3x + y = 100$ dengan x dan y bilangan bulat adalah ...

- A. 33
- B. 35
- C. 100
- D. 101

Kunci Jawab: A

Penyelesaian

- Salah satu solusi yang di dapat yaitu untuk pasangan $(0, 100)$
- Solusi umum dari persamaan tersebut adalah

$$\left(x_0 + \frac{bk}{FPB(a, b)}, y_0 + \frac{ak}{FPB(a, b)} \right)$$

$$\left(0 + \frac{k}{1}, 100 + \frac{3k}{1} \right)$$

$$(k, 100 + 3k)$$

Dengan demikian nilai k yang memenuhi adalah bilangan kelipatan 3

$$\left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor = 33$$

20. Jika $\sqrt{y - 5} = 5$ dan $2^x = 8$, maka $x + y$ sama dengan ...

- A. 13
- B. 28
- C. 33
- D. 35

Kunci Jawab: C

Penyelesaian

- $\sqrt{y - 5} = 5$

$$\Leftrightarrow y - 5 = 25$$

$$y = 30$$

- $2^x = 8$

$$\Leftrightarrow 2^x = 2^3$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

- Dengan demikian

$$x + y = 30 + 3 = 33$$

21. Ketika Hery menggantikan nilai $x = 1$ pada ekspresi $ax^3 - 2x + c$ mendapatkan nilai -5 . Sedangkan ketika menggantikan $x = 4$ pada ekspresi tersebut mendapatkan nilai 52 .

Satu nilai x menghasilkan nilai sama dengan nol (0) pada saat ...

- A. 2
- B. $\frac{5}{2}$
- C. $\frac{7}{2}$
- D. 4

Kunci Jawab: A

Penyelesaian

$$ax^3 - 2x + c$$

- Untuk $x = 1$, maka

$$a \cdot 1^3 - 2 \cdot 1 + c = -5$$

$$\Leftrightarrow a + c = -3$$

- Untuk $x = 4$, maka

$$a \cdot 4^3 - 2 \cdot 4 + c = 52$$

$$\Leftrightarrow 64a + c = 60$$

- Dari kedua persamaan tersebut

$$64a + c = 60 \quad +$$

$$a + c = -3$$

$$63a = 63$$

$$a = 1$$

Maka didapat $c = -4$

- Persamaan kuadrat tersebut adalah

$$x^3 - 2x - 4$$

Untuk nilai x sedemikian pernyataan tersebut sama dengan nol

$$x^3 - 2x - 4 = 0$$

- Berdasarkan teorema faktor, Jelas salah satu solusi dari polinom adalah faktor dari -4 , yakni 2

22. Terdapat empat buah bilangan bulat positif berbeda a, b, c, N sedemikian hingga $N = 5a + 3b + 5c$. Hal ini juga berlaku benar untuk $N = 4a + 5b + 4c$. N terlatak diantara 131 dan 150. Tentukanlah nilai dari $a + b + c$

- A. 17
- B. 22
- C. 33
- D. 36

Kunci Jawab: C

Penyelesaian

$$\begin{array}{rcl}
 N = 5a + 3b + 5c & \times 4 \text{ maka } 4N = 20a + 12b + 20c & \\
 N = 4a + 5b + 4c & \times 5 \text{ maka } 5N = 20a + 25b + 20c & - \\
 \hline
 -N = -13b & & \\
 N = 13b & &
 \end{array}$$

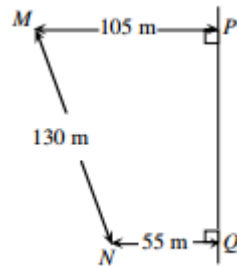
- $131 < N < 150$, maka nilai b yang mungkin sama dengan $b = 11$, dengan $N = 13 \cdot 11 = 143$
- Nilai $N = 143$ dan $b = 11$ disubstitusikan ke

$$\begin{aligned}
 N &= 5a + 3b + 5c \\
 143 &= 5a + 3 \cdot 11 + 5c \\
 143 - 33 &= 5a + 5c \\
 110 &= 5a + 5c \\
 a + c &= 22
 \end{aligned}$$

- $a + b + c = 22 + 11 = 33$

23. Perhatikan gambar berikut.

Pengembangan Media Pendidikan matematika Manipulatif (Project)

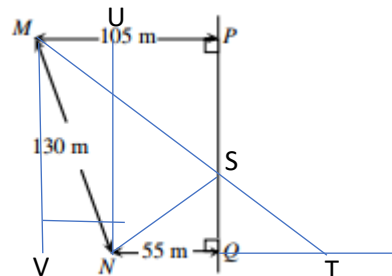


Suatu terminal gas T akan dibuat pada suatu titik pada sepanjang PQ . Berapakah panjang pipa gas minimal sedemikian hingga dapat mengirimkan gas dari T ke M dan dari T ke N ?

- A. 200
- B. 202
- C. 198
- D. 210

Kunci Jawab: A

Penyelesaian



- $MU = 105 - 55 = 50$
- Pada segitiga MUN , siku-siku, maka berlaku

$$\begin{aligned}
 NU^2 &= MN^2 - MU^2 \\
 &= 130^2 - 50^2 \\
 NU &= 120
 \end{aligned}$$
- Lihat segitiga MTV , siku-siku, maka akan berlaku

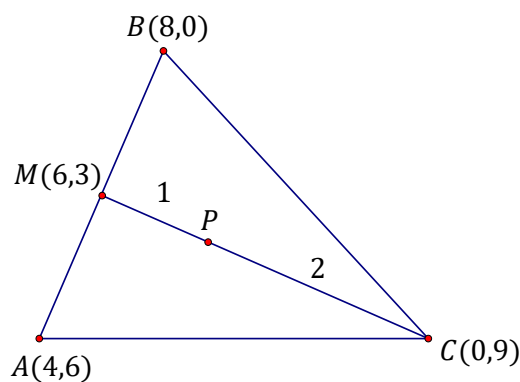
$$\begin{aligned}
 MT^2 &= MV^2 + VT^2 \\
 &= 120^2 + 160^2 \\
 MT &= 200
 \end{aligned}$$

24. Jika $\triangle ABC$, dengan $A(4,6)$, $B(8,0)$ dan $C(0,9)$ diputar sejauh 180° beralawan arah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ maka bayangannya adalah $\triangle A'B'C'$. Koordinat titik berat $\triangle A'B'C'$ adalah ...

- A. $(-3, -4)$
- B. $(-4, -5)$
- C. $(4,5)$
- D. $(-5, -4)$

Kunci Jawab: D

Penyelesaian



- Jika M Adalah titik tengah AB , maka $M\left(\frac{4+8}{2}, \frac{0+6}{2}\right) = M(6,3)$
- Jika P adalah titik berat, maka $MP:PC = 1:2$

$$P\left(\frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 6}{3}, \frac{1 \cdot 9 + 2 \cdot 3}{3}\right) = (4,5)$$

- Jika P diputar sejauh 180° , maka $P'(-5, -4)$

25. Berapakah jumlah semua nilai x yang memenuhi persamaan berikut

$$(x^2 - 5x + 5)^{x^2 + 4x - 60} = 1$$

- A. -4
- B. 3
- C. 1
- D. -5

Kunci Jawab: B

Penyelesaian

- Kasus 1, $x^2 + 4x - 60 = 0$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$(x + 10)(x - 6) = 0$$

$$x = -10 \text{ atau } x = 6$$

- Kasus 2, $x^2 - 5x + 5 = 1$

$$x^2 - 5x + 5 = 1$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0$$

$$x = 1 \text{ tau } x = 4$$

- $x^2 - 5x + 5 = -1$, untuk $x^2 + 4x - 60$ genap

$$x^2 - 5x + 5 = -1$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 2 \text{ atau } x = 3$$

Untuk $x = 2$, $x^2 + 4x - 60 = 4 + 8 - 60$ merupakan bilangan genap. Jadi $x = 2$ merupakan solusi

Untuk $x = 3$, $x^2 + 4x - 60 = 9 + 12 - 60$ merupakan bilangan ganjil (tidak memenuhi)

- Nilai x yang memenuhi jumlahnya

$$1 + 4 - 10 + 6 + 2 = 3$$

PEMBAHASAN PAKET 2
SOAL LATIHAN PERSIAPAN KMT 2023
KELAS 9 SMP/MTs

1. Ekspresi $a + 2021 + a - 2022 + a + 2023 + a - 2024$ sama dengan ...

- A. $10a$
- B. $4a - 2$
- C. $4a + 2$
- D. $-2a$

Kunci Jawaban: B

Penyelesaian

$$a + 2021 + a - 2022 + a + 2023 + a - 2024 = 4a - 2$$

2. Jika $x = 4$ dan $y = 3x$ dan $z = 2y$, maka nilai dari $y + z$ sama dengan ...

- A. 12
- B. 20
- C. 36
- D. 40

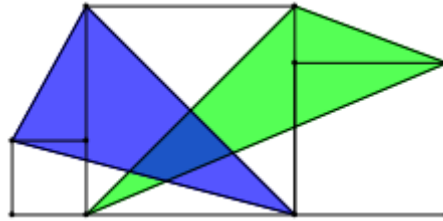
Kunci Jawaban: C

Penyelesaian

- $y = 3x = 3.4 = 12$
- $z = 2y = 2.12 = 24$
- Maka nilai dari

$$y + z = 12 + 24 = 36$$

3. Perhatikan gambar berikut

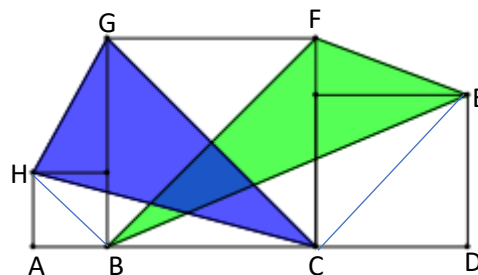


Diberikan tiga buah persegi seperti tampak pada gambar di atas. Perbandingan luas daerah berwarna biru dan luas daerah berwarna hijau sama dengan ...

- A. 1 : 1
- B. 1 : 2
- C. 2 : 1
- D. 1 : 3

Kunci Jawaban: A

Penyelesaian



- Buat garis sejajar $CG \parallel HB$
Maka $[GCB] = [GCH]$
- Buat garis sejajar $CE \parallel BF$
- Maka $[BFC] = [BFE]$
- Padahal $[GCB] = [BFC]$
- Dengan demikian $[CGH] = [BFE]$

$$\text{Atau } \frac{[CGH]}{[BFE]} = 1$$

4. Jika $\frac{2022}{7} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}$ dengan $x, y, \text{ dan } z$ adalah bilangan bulat positif, maka nilai dari

$x + y + z$ sama dengan ...

- A. 293
- B. 294
- C. 295
- D. 296

Kunci Jawaban: C

Penyelesaian

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{2022}{7}$$

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = 288\frac{6}{7}$$

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = 288 + \frac{6}{7}$$

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = 288 + \frac{1}{\frac{7}{6}}$$

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = 288 + \frac{1}{1\frac{1}{6}}$$

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = 288 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6}}$$

Dengan demikian $x = 288; y = 1; z = 6$

$$x + y + z = 288 + 1 + 6 = 295$$

5. Bilangan-bilangan 49, 29, 9, 40, 22, 15, 53, 33, 13, 47 akan dipasang-pasangkan sedemikian hingga setiap pasangan memiliki jumlah yang sama. Berapakah pasangan dari bilangan 15?
- A. 40
 - B. 47
 - C. 49
 - D. 53

Kunci Jawaban: B

Penyelesaian

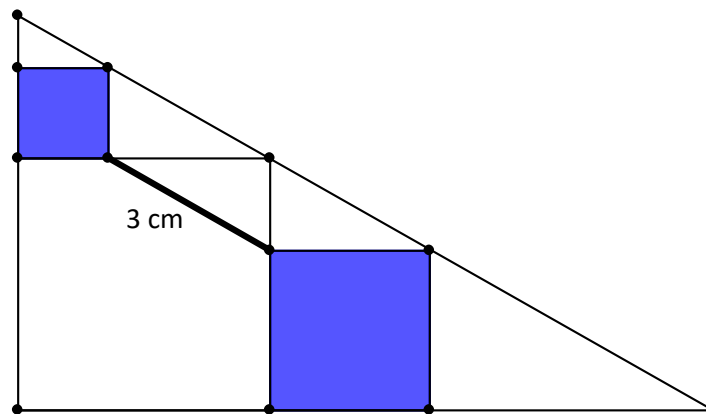
- Bilangan-bilangan tersebut ketika dijumlahkan di dapat

$$49 + 29 + 9 + 40 + 22 + 15 + 53 + 33 + 13 + 47 = 310$$

- Karena banyaknya bilangan ada 10, maka banyaknya pasangan tersebut ada 5
- Nilai masing-masing group sama dengan $310 \div 5 = 62$
- Dengan demikian pasangan dari 15 didapat dengan

$$62 - 15 = 47$$

6. Perhatikan gambar berikut

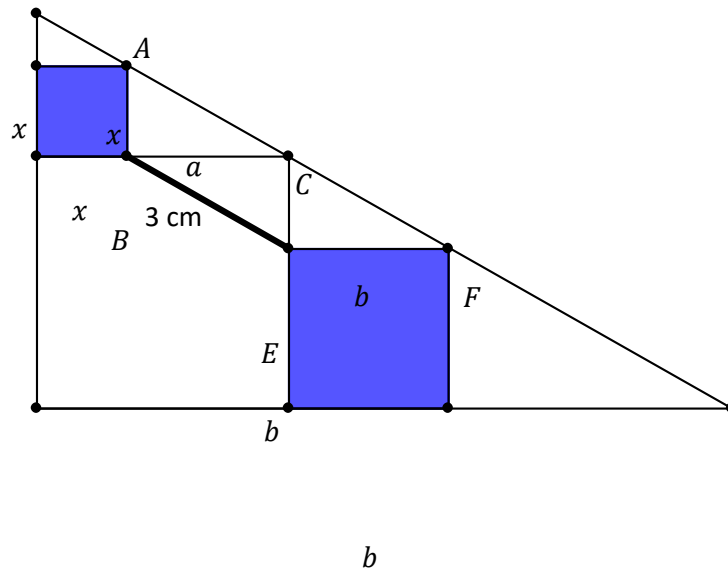


Luas total daerah berwarna biru sama dengan ...

- 8 cm^2
- 9 cm^2
- 10 cm^2
- 11 cm^2

Kunci Jawaban : B

Penyelesaian



- $\triangle ABC \approx \triangle CEF$, maka

$$\frac{x}{a} = \frac{x + a - b}{b}$$

$$xa - xb - ab + a^2 = 0$$

- Pada segitiga BCE berlaku

$$(x + a - b)^2 + a^2 = 9$$

$$x^2 + a^2 + b^2 + 2(xa - xb - ab) + a^2 = 9$$

$$x^2 + b^2 + 2a^2 + 2(xa - xb - ab) = 9$$

$$x^2 + b^2 + 2(xa - xb - ab + a^2) = 9$$

$$x^2 + b^2 + 2.0 = 9$$

$$x^2 + b^2 = 9$$

7. Selisih antara dua bilangan a dan b adalah bilangan non negatif dari $a - b$ atau $b - a$. Sebagai contoh selisih antara 24 dan 64 adalah 40.

Perhatikan barisan bilangan berikut.

88, 24, 64, 40, 24, ...

Dimana bilangan setelah bilangan kedua merupakan selisih antara dua buah bilangan sebelumnya.

Tentukan jumlah 100 bilangan pertama dari barisan tersebut.

- A. 760
- B. 752
- C. 776
- D. 405

Kunci Jawaban: A

Penyelesaian

- Barisan bilangan yang terjadi adalah sebagai berikut

88, 24, 64, 40, 24, 16, 8, 8, 0, 8, 8, 0, 8, 8, 0,

- Tampak bahwa setelah bilangan ke-6 bilangan berikutnya berulang 8, 8, 0
- $100 - 6 = 94$
- $94 \div 3 = 31$ sisa 1
- dengan demikian, jumlah 100 bilangan dari barisan tersebut dapat dihitung sebagai berikut

$$88 + 24 + 64 + 40 + 24 + 16 + 31(8 + 8 + 0) + 8 = 760$$

8. Pada kegiatan pemilihan ketua kelas, sebanyak 61 siswa memilih empat calon ketua kelas. Setiap siswa hanya dapat memilih satu calon ketua.

Calon ketua dikatakan menang dalam pemilihan tersebut jika mendapat pemilih terbanyak. Berapakah minimal pemilih untuk suatu calon tersebut dinyatakan menang?

- A. 15
- B. 16
- C. 21
- D. 30

Kunci Jawaban: B

Penyelesaian

- Karena terdapat 4 calon, maka hal terburuk memiliki pemilih yang sama atau hampir sama
- Dengan demikian

$$\left\lfloor \frac{61}{4} \right\rfloor = 15$$

Sisa 1 pemilih

Dengan demikian kandidat akan dinyatakan terpilih jika paling sedikit mendapatkan sebanyak $15 + 1 = 16$ suara.

9. Perhatikan operasi berikut

$$(5^{20} + 1)(5^{22} + 1)(5^{2022} + 1)$$

Digit satuan dari hasil operasi tersebut adalah ...

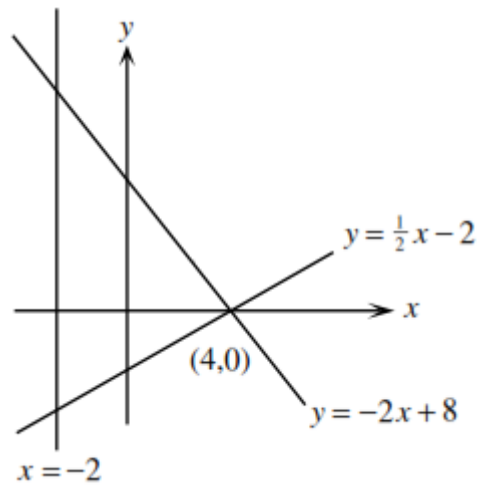
- A. 1
- B. 2
- C. 5
- D. 6

Kunci Jawaban D

Penyelesaian

- 5^x untuk setiap x bilangan asli, didapat satuannya 5
- sehingga masing-masing suku didapat satuannya $5 + 1 = 6$
- hasil perkalian tiga bilangan dengan satuan 6, hasilnya memiliki satuan 6.

10. Perhatikan gambar berikut.

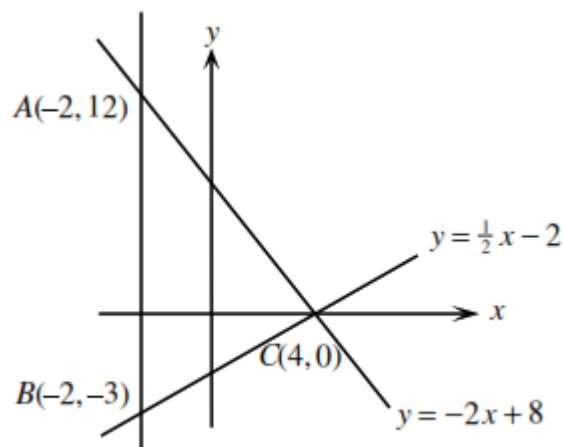


Dua buah persamaan garis $y = -2x + 8$ dan $y = \frac{1}{2}x - 2$ berpotongan di $(4,0)$ seperti ditunjukkan pada gambar. Luas daerah segitiga yang terbentuk dari dua buah persamaan garis tersebut dan garis $x = -2$ adalah ...

- A. 27
- B. 30
- C. 36
- D. 45

Kunci Jawaban: D

Penyelesaian



- Persamaan garis $y = \frac{1}{2}x - 2$ berpotongan dengan garis $x = -2$

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$y = \frac{1}{2}(-2) - 2 = -3$$

- Persamaan garis $y = -2x + 8$ berpotongan dengan garis $x = -2$

$$y = -2x + 8$$

$$y = -2(-2) + 8$$

$$= 12$$

- Panjang AB dapat dihitung

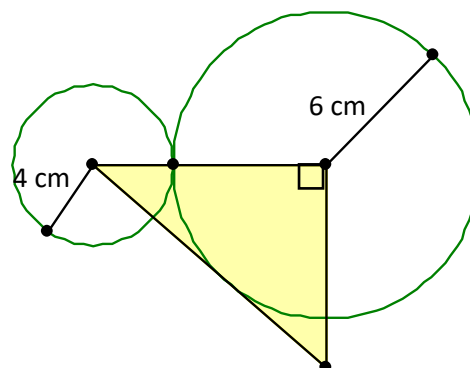
$$|AB| = 12 - (-3) = 15$$

- $[ABC] = \frac{AB \cdot t}{2}$

$$= \frac{15 \cdot 6}{2}$$

$$= 45$$

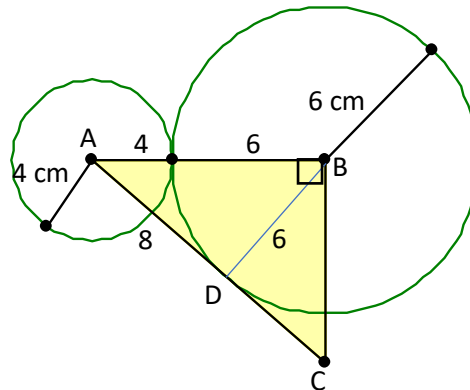
11. Tentukan luas daerah yang berwarna kuning pada gambar di bawah ini sama dengan



- A. 37 cm^2
- B. $37,5 \text{ cm}^2$
- C. 38 cm^2
- D. $38,5 \text{ cm}^2$

Kunci Jawaban : B

Penyelesaian



- Buat garis BD , dengan D adalah titik singgung. Maka $BD \perp AC$
- Lihat segitiga ABD , siku-siku dengan $AB = 10$, $BD = 6$, maka $AD = 8$
- Misal $CD = x$, maka pada segitiga ABC dengan $BD \perp AC$ berlaku teorema proyeksi

$$BD^2 = AD \cdot DC$$

$$36 = 8 \cdot x$$

$$x = \frac{36}{8}$$

$$x = \frac{9}{2}$$

- $[ABC] = \frac{AC \cdot BD}{2}$

$$= \frac{(8 + \frac{9}{2}) \times 6}{2}$$

$$= 24 + \frac{27}{2}$$

$$= 24 + 13,5$$

$$= 37,5$$

12. Jika $N = (7^{p+4})(5^q)(2^3)$ adalah bilangan kubik (pangkat tiga) dengan p dan q merupakan bilangan bulat, maka nilai terkecil dari $p + q$ sama dengan ...

- A. 5
- B. 2
- C. 8
- D. 6

Kunci Jawaban: A

Penyelesaian

$$N = (7^{p+4})(5^q)(2^3)$$

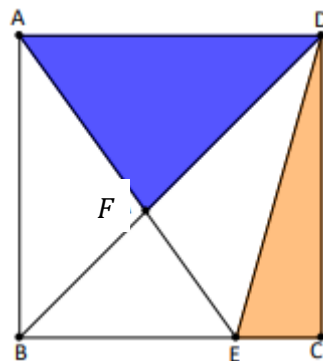
- Karena yang diminta nilai $p + q$ terkecil, maka pangkat dari masing-masing suku tersebut adalah bilangan kelipatan 3 terkecil juga

Dengan demikian $q = 3$

Dan $p + 4 = 6$. Didapat $p = 2$

- $p + q = 3 + 2 = 5$

13. Perhatikan gambar berikut.



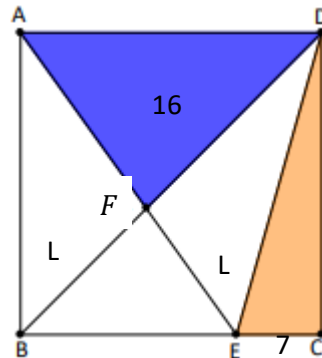
$ABCD$ persegi, $[AFD] = 16$, $[DEC] = 7$

Maka luas daerah persegi $ABCD$ sama dengan

- A. 46
- B. 56
- C. 64
- D. 65

Kunci Jawaban : B

Penyelesaian



- Misal $[ABF] = L$, maka $[DFE] = L$
- Jelas $[ADE] = \frac{1}{2}[ABCD]$ dan $[ABE] + [DEC] = \frac{1}{2}[ABCD]$

Dengan demikian $[ADE] = [ABE] + [DEC]$

$$16 + L = [BEF] + L + 7$$

$$[BEF] = 9$$

- Lihat segitiga ADF dan BEF yang sebangun, maka berlaku

$$\frac{[ADF]}{[BEF]} = \left(\frac{AD}{BE}\right)^2$$

$$\left(\frac{AD}{BE}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{4}{3}$$

- Diperoleh juga informasi $\frac{DF}{FB} = \frac{4}{3}$
- Pada segitiga ABD , maka berlaku

$$\frac{L}{16} = \frac{3}{4}$$

$$L = 12$$

- $[ABCD] = 16 + 9 + 12 + 12 + 7 = 56$

14. Dua buah bilangan bulat m dan n sedemikian hingga $m + n = 20$ dan $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{24}$.

Hasil kali mn sama dengan ...

- A. 36
- B. 48
- C. 96
- D. 24

Kunci Jawaban: C

Penyelesaian

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{m+n}{mn} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{20}{mn} = \frac{5}{24}$$

$$mn = \frac{20 \cdot 24}{5}$$

$$= 96$$

15. Jika x adalah bilangan bulat kurang dari 100, berapa banyak nilai x sedemikian hingga $\sqrt{1 + 2 + 3 + 4 + x}$ merupakan bilangan bulat?

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

Kunci Jawaban: B

Penyelesaian

$$\sqrt{1 + 2 + 3 + 4 + x} = \sqrt{10 + x}$$

- Hal itu sama dengan mencari, berapa banyak nilai x yang kurang dari 100 sedemikian hingga $10 + x$ merupakan bilangan kuadrat
- Nilai x antara 1 sampai 100, maka nilai bilangan kuadratnya antara 11 sampai 109

Bilangan kuadrat tersebut adalah 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Jadi banyak bilangan x yang memenuhi ada 7.

16. Suku pertama suatu barisan adalah 20.

Jika suatu suku pada barisan tersebut adalah t dengan t adalah bilangan genap, maka suku berikutnya adalah $\frac{1}{2}t$.

Jika suatu suku pada barisan tersebut adalah t dengan t adalah bilangan ganjil, maka suku berikutnya adalah $3t + 1$.

Berikut disajikan tiga suku pertama dari barisan tersebut, yakni 20, 10, 5.

Berapakah suku ke-10 dari barisan tersebut?

- A. 2
- B. 4
- C. 5
- D. 1

Kunci Jawaban: A

Penyelesaian

Suku ke-1 20

Suku ke-2 $\frac{1}{2} \times 20 = 10$

Suku ke-3 $\frac{1}{2} \times 10 = 5$

Suku ke-4 $3t + 1 = 3 \times 5 + 1 = 16$

Suku ke-5 $\frac{1}{2} \times 16 = 8$

Suku ke-6 $\frac{1}{2} \times 8 = 4$

Suku ke-7 $\frac{1}{2} \times 4 = 2$

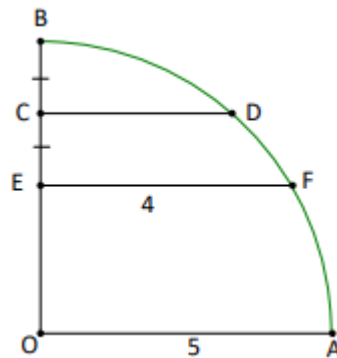
Suku ke-8 $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

Suku ke-9 $3t + 1 = 3 \times 1 + 1 = 4$

Suku ke-10 $\frac{1}{2} \times 4 = 2$

17. Perhatikan gambar berikut.

Seperempat lingkaran



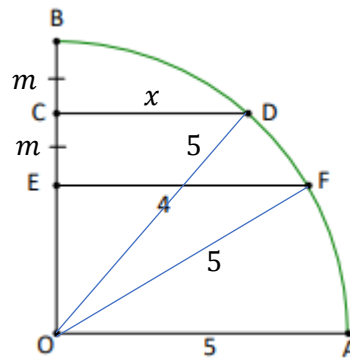
$$CD \parallel EF \parallel OA$$

Panjang CD sama dengan ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Kunci Jawaban : C

Penyelesaian



- $OF = OD = OA = 5$
- $OE = 5 - 2m$
- Lihat segitiga OEF , siku-siku maka berlaku dan tripel pythagoras, maka berlaku

$$OE = 3$$

$$5 - 2m = 3$$

$$m = 1$$

- Lihat segitiga OCD , siku-siku maka berlaku

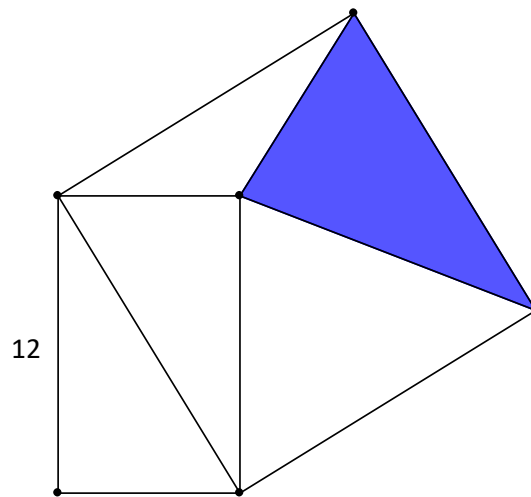
$$OC^2 + CD^2 = OD^2$$

$$4^2 + x^2 = 5^2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

18. Perhatikan gambar berikut

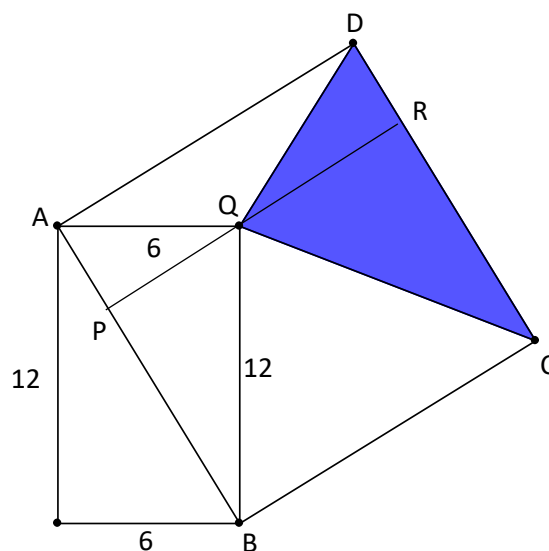


Luas daerah yang berwarna biru sama dengan?

- A. 51 satuan luas
- B. 52 satuan luas
- C. 53 satuan luas
- D. 54 satuan luas

Kunci Jawaban D.

Penyelesaian



- Jelas $AB = BC = PR = 6\sqrt{5}$

Pada segitiga ABQ dengan QP tegak lurus AB , maka

$$QP \cdot AB = AQ \cdot BQ$$

$$QP \cdot 6\sqrt{5} = 6 \cdot 12$$

$$QP = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{12}{5}\sqrt{5}$$

- $QR = PR - PQ$

$$= 6\sqrt{5} - \frac{12}{5}\sqrt{5}$$

$$= \frac{18}{5}\sqrt{5}$$

$$= \frac{18}{\sqrt{5}}$$

- $[CDQ] = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot QR$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{5} \cdot \frac{18}{\sqrt{5}}$$

$$= 54$$

19. Dipunyai a, b, c adalah tiga buah bilangan dengan

$$a + b = 3$$

$$ac + b = 18$$

$$bc + a = 6$$

Nilai dari c sama dengan ...

- A. 2
- B. 3
- C. 6
- D. 7

Kunci Jawaban: D

Penyelesaian

$$a + b = 3 \quad (i)$$

$$ac + b = 18 \quad (ii)$$

$$bc + a = 6 \quad (iii)$$

- Hasil penjumlahan persamaan ii dan iii didapat

$$ac + bc + a + b = 24$$

Substitusikan persamaan i)

Sehingga

$$ac + bc + 3 = 24$$

$$ac + bc = 21$$

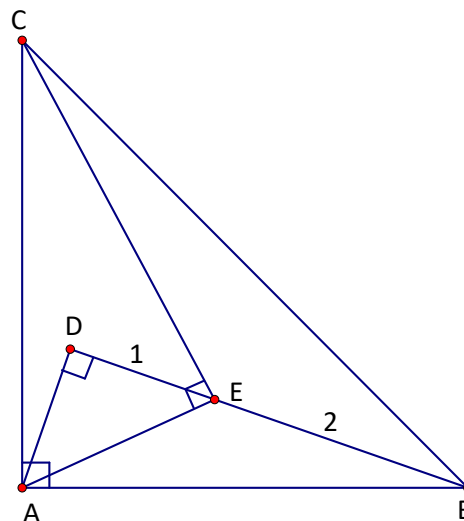
$$c(a + b) = 21$$

$$c \cdot 3 = 21$$

$$c = 7$$

20. Perhatikan gambar berikut.

$$AC = AC$$

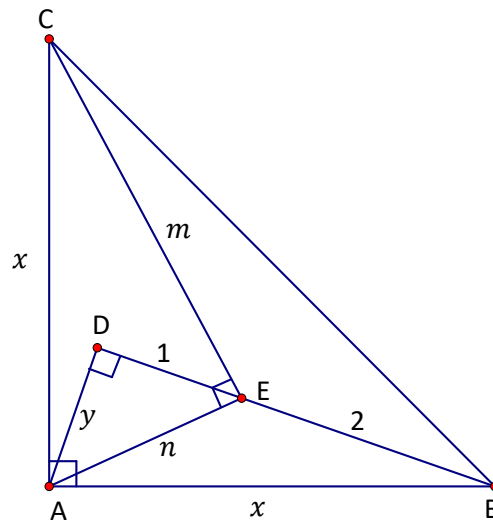


Nilai dari CE sama dengan ...

- A. 3
- B. $2\sqrt{2}$
- C. 4
- D. $3\sqrt{2}$

Kunci Jawaban: B

Penyelesaian



- Misal $CE = m$; $AE = n$ dan $AB = AC = x$; $AD = y$
- Pada segitiga siku-siku ADE , ADB , AEC masing-masing berlaku

$$\begin{array}{r} n^2 = y^2 + 1 \\ y^2 + 3^2 = x^2 \\ \hline x^2 = n^2 + m^2 \end{array} \quad +$$

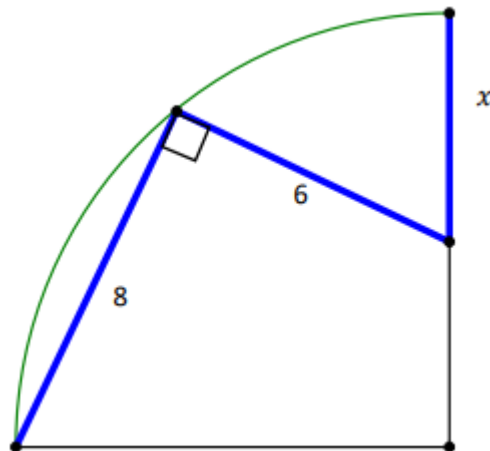
$$n^2 + y^2 + 3^2 + x^2 = y^2 + 1 + x^2 + n^2 + m^2$$

$$9 = 1 + m^2$$

$$m^2 = 8$$

$$m = 2\sqrt{2}$$

21. Perhatikan gambar berikut.
Seperempat lingkaran.

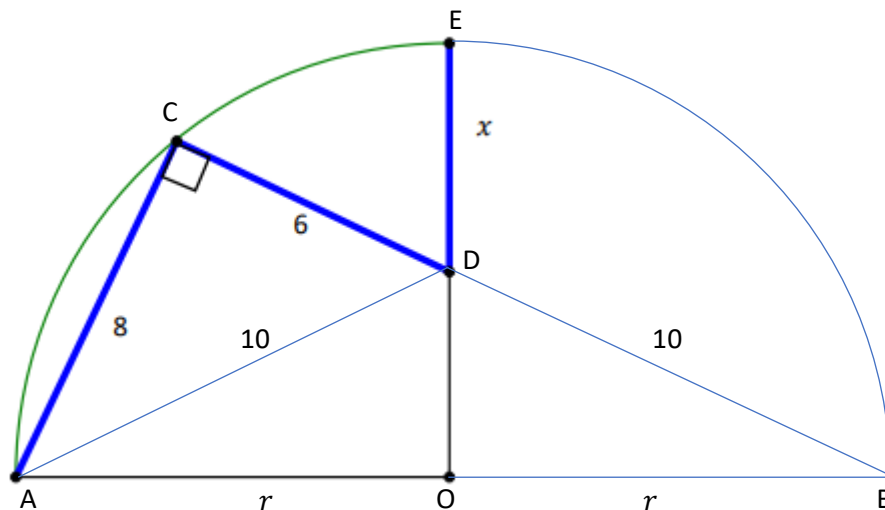


Nilai dari x sama dengan ...

- A. $2\sqrt{5}$
- B. 3
- C. $3\sqrt{5}$
- D. 4

Kunci Jawaban : A

Penyelesaian



- Pada segitiga ACD , siku-siku, maka didapat $AD = 10$ (*tripel pythagoras*)
- $BD = AD = 10$ (OD garis sumbu)
- dengan demikian $BC = 16$
- lihat segitiga BOD dan ABC (sebangun), maka berlaku

$$\frac{r}{16} = \frac{10}{2r}$$

$$2r^2 = 160$$

$$r^2 = 80$$

$$r = 4\sqrt{5}$$

- lihat segitiga BOD siku-siku, maka berlaku

$$OD^2 = 100 - 80$$

$$= 20$$

$$OD = 2\sqrt{5}$$

- $x = r - OD$

$$= 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

22. $3x^3 - 35x^2 + 500 = 0$ dengan a, b, c merupakan akar-akar dari polinom tersebut.

Nilai dari operasi berikut sama dengan

$$\frac{500^2}{(ab)^2} + \frac{500^2}{(ac)^2} + \frac{500^2}{(bc)^2}$$

A. 1200

B. 1225

C. 1300

D. 1325

Kunci Jawaban: B

Penyelesaian

$$3x^3 - 35x^2 + 500 = 0$$

Dengan menggunakan Vieta Theorem, didapat

$$abc = -\frac{500}{3}$$

$$3abc = -500$$

$$9(abc)^2 = 500^2$$

$$\begin{aligned} \frac{500^2}{(ab)^2} + \frac{500^2}{(ac)^2} + \frac{500^2}{(bc)^2} &= \frac{9(abc)^2}{(ab)^2} + \frac{9(abc)^2}{(ac)^2} + \frac{9(abc)^2}{(bc)^2} \\ &= 9(c^2 + b^2 + a^2) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan vietta theorem

$$a + b + c = -\frac{35}{3}$$

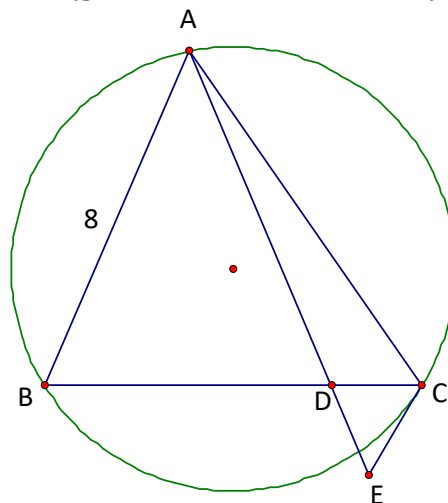
$$ab + bc + ac = 0$$

- $$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac) \\ &= \left(\frac{35}{3}\right)^2 - 0 \\ &= \left(\frac{35}{3}\right)^2 \end{aligned}$$

- Dengan demikian

$$\begin{aligned} 9(c^2 + b^2 + a^2) &= 9 \times \left(\frac{35}{3}\right)^2 \\ &= 9 \times \frac{1225}{9} \\ &= 1225 \end{aligned}$$

23. Perhatikan gambar berikut (gambar tidak sesuai skala)

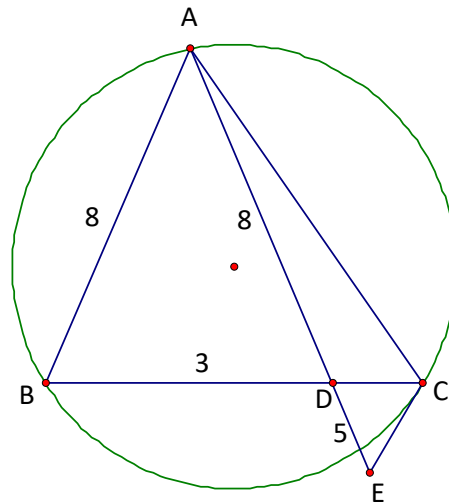


Jika $AB = AD$; EC garis singgung lingkaran, $AE = 13$; $BD = 3$, Maka nilai dari CD adalah

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

Kunci Jawaban : D

Penyelesaian



- Ingat teorema sudut antara garis singgung dan tali busur yang sama dengan sudut keliling yang menghadap tali busur

$$\angle ECD = \angle BAC$$

$$\angle CDE = \angle ADB = \angle ABC$$

Dengn demikian $\triangle CDE \approx \triangle ABC$

Akibatnya

$$\frac{DE}{BC} = \frac{CD}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

$$\frac{5}{CD + 3} = \frac{CD}{8}$$

$$40 = CD^2 + 3CD$$

$$CD^2 + 3CD - 40 = 0$$

$$(CD + 8)(CD - 5) = 0$$

$$CD = 5$$

24. Jika a, b, c bilangan real

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1) = 3$$

$$(a + 2)(b + 2)(c + 2) = -2$$

$$(a + 3)(b + 3)(c + 3) = -1$$

Maka tentukan nilai dari $(a + 20)(b + 20)(c + 20)$ sama dengan ...

- A. 6874
- B. 6478
- C. 6748
- D. 6666

Jawaban : C

Penyelesaian

- $(a + 1)(b + 1)(c + 1) = 3$

$$a + b + c + ab + bc + ac + abc + 1 = 3 \quad 1)$$

- $(a + 2)(b + 2)(c + 2) = -2$

$$4(a + b + c) + 2(ab + bc + ac) + abc + 8 = -2 \quad 2)$$

- $(a + 3)(b + 3)(c + 3) = -1$

$$9(a + b + c) + 3(ab + bc + ac) + abc + 27 = -1 \quad 3)$$

- Persamaan 2) $- 1)$, maka didapat

$$3(a + b + c) + ab + bc + ac = -12$$

- persamaan 3)

$$9(a + b + c) + 3(ab + bc + ac) = -1$$

$$3(3(a + b + c) + (ab + bc + ac)) + abc = -28$$

$$3 \times (-12) + abc = -28$$

$$abc = 8$$

- Persamaan 1)

$$a + b + c + ab + bc + ac + abc + 1 = 3$$

$$a + b + c + ab + bc + ac + 8 + 1 = 3$$

$$a + b + c + ab + bc + ac = -6$$

- Persamaan 2)

$$4(a + b + c) + 2(ab + bc + ac) + 8 + 8 = -2$$

$$4(a + b + c) + 2(ab + bc + ac) = -18$$

- Misal $x = a + b + c$ dan $y = ab + bc + ac$
- Maka

$$x + y = -6$$

$$4x + 2y = -18$$

$$x + y = -6$$

$$2x + y = -9 \quad -$$

$$-x = 3$$

$$x = -3$$

Dan $y = -3$

- $(a + 20)(b + 20)(c + 20) = 400(a + b + c) + 20(ab + bc + ac) + abc + 8000$
 $= 400(-3) + 30(-3) + 8 + 8000$
 $= 6748$

25. Jika $101^x = 2020$ dan $20^y = 2020$

$$P = \sqrt{\frac{12x + 24xy + 12y}{10xy - x - y}}$$

Nilai P yang memenuhi sama dengan

- A. 2
- B. -2
- C. 2020
- D. -2020

Kunci Jawaban: B

Penyelesaian

- $101^x = 2020$

$$101^x = 20 \times 101$$

$$\frac{101^x}{101} = 20$$

$$101^{x-1} = 20$$

- $20^y = 2020$

$$20^y = 20 \times 101$$

$$\frac{20^y}{20} = 101$$

$$20^{y-1} = 101$$

- $101^{x-1} = 20$

- $(20^{y-1})^{x-1} = 20$

$$\Leftrightarrow (y-1)(x-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow yx - x - y + 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow xy = x + y$$

- $$P = \sqrt{\frac{12x+24xy+12y}{10xy-x-y}}$$

$$= \sqrt{\frac{12x + 12y + 24xy}{10xy - (x + y)}}$$

$$= \sqrt{\frac{12(x + y) + 24xy}{10xy - (x + y)}}$$

$$= \sqrt{\frac{12xy + 24xy}{10xy - xy}}$$

$$= \sqrt{\frac{36xy}{9xy}}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

Perkumpulan Pembina OSN
Jawa Tengah

