



Matematika





SOAL LATIHAN

KST-7 2023



Kelas 8 SMP/MTS



Perkumpulan Pembina OSN
Jawa Tengah

KATA PENGANTAR

Kompetisi Sains Terbuka diadakan pertama kali pada tahun 2017 oleh Perkumpulan Pembina OSN Jawa Tengah (PPO Jateng). Keunikan kompetisi ini adalah siswa-siswi yang sudah pernah meraih medali OSN tidak diperkenankan ikut KST. Hal ini bertujuan agar siswa-siswi lainnya semakin termotivasi untuk berkompetisi di bidang matematika, dan apabila mempunyai kesempatan untuk mewakili sekolah di ajang OSN maka KST bisa menjadi sarana untuk menambah pengalaman berkompetisi dan memperkuat mental juara.

Mempertimbangkan banyaknya pertanyaan dari peserta KST tahun-tahun sebelumnya mengenai materi lomba dan persiapan apa yang harus dilakukan, maka panitia KST membuat Buku Latihan Soal Persiapan KST-7 2023. Tujuannya agar peserta bisa belajar dari soal-soal tersebut dan mempunyai gambaran mengenai variasi soal yang ada di KST 2023.

Buku ini terdiri dari 2 paket soal yang dilengkapi dengan pembahasan. Cara yang efektif untuk belajar dari buku ini adalah soal-soal dikerjakan terlebih dulu, baru kemudian jawaban yang diperoleh bisa dicocokkan dengan pembahasan yang ada. Walaupun jawaban siswa-siswi sudah benar, disarankan untuk tetap memahami pembahasan di buku ini agar siswa-siswi bisa memiliki wawasan yang lebih luas dalam menjawab soal matematika.

Tim penulis terbuka terhadap setiap masukan yang membangun. Semoga buku ini bermanfaat.

Salam.

Semarang, 16 Juli 2023

Tim PPO Jateng

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	II
DAFTAR ISI	III
PAKET 1.....	1
PAKET 2	8
KUNCI JAWABAN	15
PEMBAHASAN PAKET 1	16
PEMBAHASAN PAKET 2	29

PAKET 1

SOAL LATIHAN PERSIAPAN KST-7 2023

KELAS 8 SMP/MTS

1. Bentuk sederhana dari $\frac{1-x^4}{1-x} \div \frac{1+x^2}{x} \times \frac{1}{x+x^2}$ adalah ...
A. 0
B. 1
C. $\frac{1}{x}$
D. x
2. Fungsi g dirumuskan dengan $g(x) = ax + b$. Jika $g(5) = 8$ dan $g(2) = -1$, maka jumlah dari nilai a dan b adalah ...
A. 0
B. -4
C. 4
D. -2
3. Jika $(18y - 15)^2 = ay^2 + by + c$, maka nilai dari $a + b + c = \dots$
A. 81
B. 18
C. 15
D. 9
4. Himpunan penyelesaian dari $\frac{x+y+1}{2} - \frac{x-y}{3} = 4$ dan $\frac{x+y+1}{5} + \frac{x-y}{2} = \frac{7}{2}$ adalah ...
A. $\{(3, 6)\}$
B. $\{(6, 3)\}$
C. $\{(-3, 6)\}$
D. $\{(6, -3)\}$

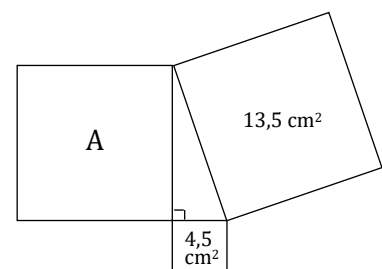


5. Diberikan titik $P(1, 3)$, $Q(2, -5)$, dan $R(3, -7)$ serta pernyataan-pernyataan berikut:

- (i) Gradien ruas garis PQ adalah -8
- (ii) Gradien ruas garis PR adalah 5
- (iii) Gradien ruas garis QR adalah -2
- (iv) Gradien ruas garis QP adalah 8

Pernyataan-pernyataan tersebut yang benar adalah ...

- A. (i) dan (ii)
 - B. (i) dan (iii)
 - C. (i) dan (iv)
 - D. (ii), (iii), dan (iv)
6. Harga 7 kg tepung terigu dan 2 kg telur adalah Rp118.000,00. Karena uangnya tidak cukup, Bu Ida hanya membeli 4 kg tepung terigu dan 2 kg telur seharga Rp85.000,00. Harga per kilo telur yang dibeli Bu Ida adalah ...
- A. Rp20.250,00
 - B. Rp20.500,00
 - C. Rp21.000,00
 - D. Rp19.500,00
7. Tahun lalu umur Budi sama dengan dua kali umur Ani. Dua tahun yang akan datang umur Ani sama dengan dua per tiga kali umur Budi. Umur Ani sekarang sama dengan ...
- A. 7 tahun
 - B. 6 tahun
 - C. 5 tahun
 - D. 4 tahun
8. Perhatikan gambar di kanan ini. Berdasarkan gambar tersebut, luas dari persegi A adalah ...



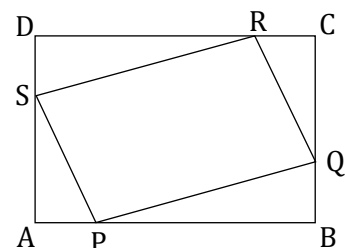
- A. 9 cm^2
- B. 8 cm^2
- C. 6 cm^2
- D. $4,5 \text{ cm}^2$

9. Jumlah dua bilangan asli sama dengan 37, sementara selisihnya sama dengan 7. Hasil kali kedua bilangan tersebut sama dengan
- A. 330
B. 300
C. 289
D. 270
10. Diberikan garis $g \equiv ax + by + c = 0$ dan garis $l \equiv px + qy + r = 0$. Jika garis g tegak lurus garis l , maka pernyataan berikut yang benar adalah
- A. $ab - pq = -1$
B. $ap = bq$
C. $ap - bq = 1$
D. $ap + bq = 0$
11. Fungsi kuadrat $g(x) = x^2 + bx + c$ mempunyai titik balik minimum di $(-1, 13)$. Nilai dari $\sqrt{b + c}$ adalah
- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
12. Persamaan garis $4x + 3y = 24$ memotong sumbu X dan sumbu Y masing-masing di titik P dan Q. Jika T adalah titik tengah ruas garis PQ, maka persamaan garis yang melalui titik T dan pangkal koordinat adalah
- A. $4x - 3y = 0$
B. $4x + 3y = 0$
C. $3x + 4y = 0$
D. $3x - 4y = 0$

13. Tabung I berisi 2 liter asam dalam 1 liter air, sementara tabung II berisi 1 liter asam dalam 3 liter air. Dari tiap tabung diambil beberapa milliliter untuk dibuat menjadi larutan asam sebanyak 1 liter dengan kadar 50%. Banyak larutan asam yang diambil dari tabung I adalah
- A. 0,3 liter
 - B. 0,4 liter
 - C. 0,5 liter
 - D. 0,6 liter
14. Amat mempunyai beberapa butir kelereng putih di dalam kantong A dan beberapa butir kelereng hitam di dalam kantong B, masing-masing kurang dari 100 butir. Ia memindahkan sepertiga dari kelereng putih ke dalam kantong B. Sebaliknya setengah dari kelereng hitam dipindahkan ke dalam kantong A. Jika setelah itu perbandingan banyak kelereng di dalam kantong A dan kantong B adalah 14 : 9, maka maksimal banyak kelereng hitam yang mungkin adalah
- A. 8 buah
 - B. 48 buah
 - C. 64 buah
 - D. 96 buah
15. Luas sebuah segitiga siku-siku sama dengan 84 cm^2 . Jika panjang salah satu sisi penyikunya sama dengan 24 cm, maka keliling segitiga tersebut sama dengan
- A. 48 cm
 - B. 54 cm
 - C. 56 cm
 - D. 60 cm

16. Bu Intan membayangkan dua bilangan asli, a dan b . Jika a sama dengan 3 lebih besar daripada b , dan selisih kuadrat dari kedua bilangan tersebut sama dengan 45, maka b sama dengan
- A. 5
 - B. 6
 - C. 9
 - D. 10
17. Diberikan $A = (x + y + 3)^2$ dan $B = (x - y - 1)^2$. Nilai dari $\frac{A-B}{(x+1)(y+2)}$ sama dengan
- A. 4
 - B. 2
 - C. 1
 - D. bukan A,B,C
18. Sebuah layang-layang diterbangkan dengan menggunakan seutas benang yang panjangnya 24 meter. Jika sudut elevasi antara benang dan tanah datar sebesar 30° , maka tinggi layang-layang adalah (Anggaplah posisi benang terbentang lurus.)
- A. 15 meter
 - B. 12 meter
 - C. 9 meter
 - D. 8 meter
19. Pada sebuah taman parkir terdapat 84 kendaraan yang terdiri dari sepeda motor yang beroda dua dan mobil yang beroda empat. Setelah dihitung jumlah roda seluruhnya sama dengan 220. Jika tarif parkir untuk sepeda motor Rp2.000,00 dan untuk mobil Rp3.000,00, maka besar uang yang diterima oleh tukang parkir sama dengan
- A. Rp226.000,00
 - B. Rp214.000,00
 - C. Rp194.000,00
 - D. bukan A, B, C

20. Diberikan $\triangle PQR$ siku-siku di P dengan perbandingan $PR : PQ = 4 : 3$. Jika keliling $\triangle PQR$ sama dengan 72 cm, maka panjang garis tinggi yang ditarik dari titik P sama dengan
- A. 15,5 cm
B. 14,4 cm
C. 14,2 cm
D. 13,4 cm
21. Sebuah pecahan memiliki penyebut 3 satuan kurang dari 2 kali pembilangnya. Jika pembilang dan penyebutnya masing-masing dikurangi 1, nilainya menjadi $\frac{2}{3}$. Selisih kuadrat dari pembilang dan penyebut pecahan tersebut sama dengan
- A. 7
B. 20
C. 24
D. 35
22. Ali dan Bima berangkat dari tempat dan waktu yang sama, melaju di atas motornya masing-masing, menuju ke Kota P, yang berjarak 70 km. Ali sampai di kota P 10 menit lebih cepat daripada Bima. Diketahui bahwa selisih kecepatan motor mereka sama dengan 21 km/jam. Maka perbandingan kecepatan motor mereka adalah
- A. 5 : 4
B. 6 : 5
C. 10 : 9
D. 49 : 45
23. Pada persegi panjang ABCD di kanan ini, panjang $AB = 12$ cm dan lebar $BC = 8$ cm. Persegi panjang ini akan dipotong tiap pojoknya sedemikian sehingga panjang $AP = BQ = CR = DS$. Luas PQRS setidaknya sama dengan
- A. 43 cm^2
B. 46 cm^2
C. 48 cm^2
D. 52 cm^2



24. Tarif parkir kendaraan roda dua di sebuah jalan adalah Rp2.000,00. Banyak cara yang berbeda dalam membayar tarif parkir ini memakai uang koin Rp50,00, Rp100,00, atau Rp200,00 adalah
- A. 20
 - B. 65
 - C. 106
 - D. bukan A,B,C
25. Pada jam 10.15 seorang penerjun payung melompat dari pesawat udara sambil membuka parasutnya. Setelah 3 detik, ketinggiannya 2000 meter dari permukaan tanah. Lima detik kemudian ketinggiannya 1900 meter. Jika mulai detik ke-3 sampai dengan satu menit kecepatannya tetap, maka ketinggiannya pada jam 10.16 adalah
- A. 860 meter
 - B. 890 meter
 - C. 940 meter
 - D. 960 meter

PAKET 2

SOAL LATIHAN PERSIAPAN KST-7 2023

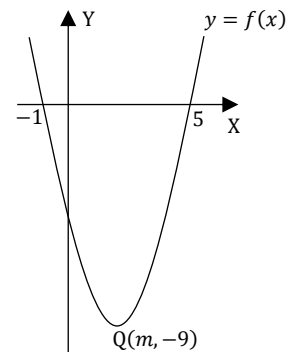
KELAS 8 SMP/MTs

1. Amat berlatih bulutangkis setiap 5 hari sekali, Budiman berlatih setiap 6 hari sekali, dan Cepot berlatih setiap 4 hari sekali. Jika mereka bertiga berlatih pada tempat dan jam yang sama, dan berlatih bersama-sama pada tanggal 18 Oktober, maka akan berlatih bersama-sama untuk yang kedua kali pada tanggal
 - A. 16 Desember
 - B. 17 Desember
 - C. 28 November
 - D. 29 November
2. Kelipatan persekutuan terkecil dari $a^3 + b^3$ dan $a^4 - b^4$ sama dengan
 - A. $(a^3 + b^3)(a^2 + b^2)(a - b)$
 - B. $(a^3 + b^3)(a^2 + b^2)(a + b)$
 - C. $(a + b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 + b^2)$
 - D. $(a^3 + b^3)(a^2 - b^2)(a - b)$
3. Diberikan $x + \frac{1}{x} = \frac{17}{4}$. Jika x bulat maka nilai dari $x - \frac{1}{x}$ sama dengan
 - A. $\frac{1}{4}$
 - B. $\frac{13}{4}$
 - C. $\frac{15}{4}$
 - D. 4

4. Faktor persekutuan terbesar dari $x^2 - ax - (a + 1)$ dan $ax^2 - x - (a + 1)$ sama dengan
- A. $x - 1$
B. $x + 1$
C. $x + a + 1$
D. $x - a - 1$
5. Buku jenis A Rp400,00 lebih murah daripada buku jenis B. Pak Iwan membelanjakan masing-masing Rp12.000,00 untuk buku jenis A dan B. Jika banyak buku seluruhnya 11 buah, maka banyak buku jenis A adalah
- A. 4 buah
B. 5 buah
C. 6 buah
D. 7 buah
6. Jika $a + b = 2$ dan $a^3 + b^3 = 38$ maka nilai terbesar dari a sama dengan
- A. $1 + \sqrt{6}$
B. $1 - \sqrt{6}$
C. $\sqrt{6} - 1$
D. bukan A,B,C
7. Pasangan berurutan berikut ini yang merupakan fungsi adalah
- A. $\{(1,4), (2,5), (2,6), (3,7)\}$
B. $\{(1,4), (2,6), (3,4), (3,6)\}$
C. $\{(1,4), (2,7), (3,5), (4,5)\}$
D. $\{(1,4), (2,4), (3,5), (3,7)\}$

8. Persamaan parabola $y = f(x)$ di kanan ini, dengan titik balik $Q(m, -9)$ adalah ...

- A. $y = x^2 - 4x + 5$
- B. $y = x^2 - 4x - 5$
- C. $y = x^2 + 4x - 5$
- D. $y = x^2 + 4x + 5$



9. Jika $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = x \div y$ dan $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x - y$ maka nilai x sama dengan ...

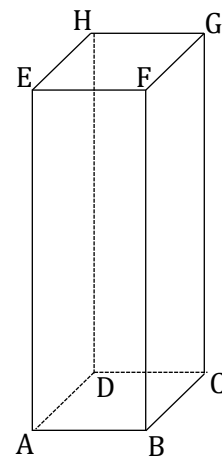
- A. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2-ab}$
- B. $\frac{a^4-b^4}{ab(a^2-b^2-ab)}$
- C. $\frac{a^4-b^4}{a^2-b^2-ab}$
- D. $\frac{a^4+b^4}{ab(a^2-b^2-ab)}$

10. Diberikan balok ABCD.EFGH dengan panjang rusuk-rusuknya $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm, dan $CG = 12$ cm. Panjang ruas garis:

- 1) $AC = 5$ cm
- 2) $DE = 12$ cm
- 3) $CE = 13$ cm
- 4) $FH = 4$ cm

Pernyataan tersebut yang benar adalah ...

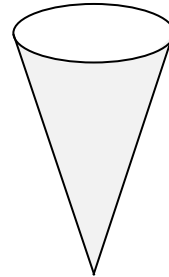
- A. (1), (2), dan (3) benar
- B. (1) dan (3) benar
- C. (2) dan (4) benar
- D. hanya (4) yang benar



11. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh Adi dan Boni selama 8 hari. Jika dikerjakan oleh Boni dan Coki, pekerjaan ini selesai dalam 12 hari. Tetapi jika dikerjakan oleh Adi, Boni, dan Coki, pekerjaan ini selesai dalam 6 hari. Maka jika dikerjakan oleh Adi dan Coki, pekerjaan ini selesai dalam waktu ...
- A. 8 hari
 - B. 12 hari
 - C. 16 hari
 - D. 24 hari
12. Jika bilangan genap dikelompokkan seperti berikut: {2}, {4,6}, {8,10,12}, {14,16,18,20}, maka suku tengah dari kelompok ke-23 adalah ...
- A. 528
 - B. 530
 - C. 532
 - D. 534
13. Banyak nilai n sedemikian sehingga n dan $\frac{n+3}{n-1}$ kedua-duanya merupakan bilangan bulat adalah ...
- A. 3
 - B. 4
 - C. 5
 - D. 6
14. Dalam bentuk desimal, banyak 0 di belakang tanda koma dari hasil penjumlahan dari $\frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots + \frac{11}{10^{11}}$ adalah ...
- A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. bukan A,B,C

15. Diberikan tempat air berbentuk kerucut. Untuk diisi air sampai pada ketinggian setengahnya dibutuhkan air sebanyak 38,5 liter. Volume air yang dibutuhkan untuk memenuhi tempat ini adalah

- A. 38,5 liter
- B. 269,5 liter
- C. 308 liter
- D. bukan A,B,C



16. Diberikan dua buah bilangan bulat berbeda yang berjumlah 38. Apabila bilangan yang lebih besar dibagi dengan bilangan yang lebih kecil, maka hasil baginya adalah 4 dan sisanya 3. Selisih kedua bilangan tersebut adalah

- A. 21
- B. 22
- C. 23
- D. 24

17. Bila $x + y = 5$ dan $xy = 5$ maka nilai terbesar dari $x^3 - y^3$ sama dengan

- A. 17
- B. 63
- C. 19
- D. bukan A,B,C

18. Sebuah balok memiliki sisi-sisi yang luasnya 108 cm^2 , 81 cm^2 , dan 27 cm^2 . Jumlah panjang semua rusuk balok ini sama dengan

- A. 112 cm
- B. 114 cm
- C. 116 cm
- D. bukan A,B,C

19. Bilangan 44 dapat dinyatakan dalam bentuk $6a + 13b$, karena untuk $a = 3$ dan $b = 2$, nilai dari $6a + 13b = 6 \cdot 3 + 13 \cdot 2 = 18 + 26 = 44$. Manakah dari tiga bilangan 38, 524, dan 2022 yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $6a + 13b$.

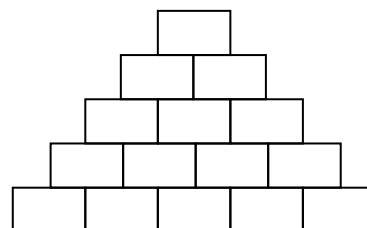
- A. 524
- B. 524 dan 2022
- C. semua
- D. bukan A,B,C

20. Sekumpulan data yang terdiri dari 5 bilangan asli memiliki rata-rata hitung 8 dan rentang 9. Bilangan asli terkecil yang tidak mungkin menjadi anggota dari kumpulan tersebut adalah

- A. 20
- B. 18
- C. 16
- D. 15

21. Setiap kotak pada piramid di kanan ini akan diisi dengan bilangan. Mula-mula kotak-kotak pada alas piramid harus diisi dengan bilangan-bilangan 2, 4, 6, 8, dan 10. Jika bilangan terkecil yang mungkin pada kotak paling atas adalah a dan bilangan terbesar yang mungkin pada kotak paling atas adalah b , maka $a + b =$

- A. 168
- B. 180
- C. 192
- D. 204



22. Jika f fungsi dari himpunan bilangan asli ke himpunan bilangan asli yang memenuhi $f(x) + f(x + 1) = 2x^2$ dan $f(1) = 1$, maka $f(2001) =$

- A. 40201
- B. 400202
- C. 4002001
- D. 4002002

23. Seorang ayah berumur 36 tahun mempunyai dua orang anak bernama Budi dan Wati. Tahun depan, selisih umur ayah dan Budi dibandingkan dengan selisih umur ayah dan Wati adalah 9 : 10. Jika umur ayah sekarang adalah dua kali umur Budi ditambah tiga kali umur Wati, maka jumlah umur Budi dan Wati empat tahun yang akan datang adalah
- A. 17 tahun
B. 18 tahun
C. 23 tahun
D. 27 tahun
24. Suatu garis lurus memotong sumbu X di titik $A(a, 0)$ dan memotong sumbu Y di titik $B(0, b)$ dengan a dan b adalah bilangan bulat. Jika luas segitiga OAB adalah 12 satuan luas, maka banyaknya pasangan bilangan bulat a dan b yang mungkin adalah
- A. 4
B. 8
C. 16
D. 32
25. Sebuah kotak tempat bola tanpa tutup, berukuran $90 \text{ cm} \times 70 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$, akan dibuat dari triplek. Kotak ini setiap rusuknya diberi kerangka kayu dan setiap sisi tegak bagian luar dicat. Harga triplek Rp70.000,00/m²; harga kayu kerangka Rp40.000,00/m; harga cat Rp30.000,00/m², dan upah tukang Rp150.000,00. Maka total biaya untuk membuat kotak tersebut setidaknya adalah
- A. Rp738.100,00
B. Rp588.100,00
C. Rp680.500,00
D. bukan A,B,C

KUNCI JAWABAN
SOAL LATIHAN PERSIAPAN KST-7 2023
KELAS 8 SMP/MTs

PAKET 1				
1	2	3	4	5
B	B	D	B	B
6	7	8	9	10
B	D	A	A	D
11	12	13	14	15
D	A	D	B	C
16	17	18	19	20
B	A	B	C	B
21	22	23	24	25
C	A	B	D	A

PAKET 2				
1	2	3	4	5
B	A	C	B	C
6	7	8	9	10
A	C	A	B	B
11	12	13	14	15
B	B	D	A	C
16	17	18	19	20
D	D	B	D	D
21	22	23	24	25
C	C	C	D	A

PEMBAHASAN PAKET 1
SOAL LATIHAN PERSIAPAN KST-7 2023

KELAS 8 SMP/MTs

1. Bentuk sederhana dari $\frac{1-x^4}{1-x} \div \frac{1+x^2}{x} \times \frac{1}{x+x^2}$ adalah

- A. 0
- B. 1
- C. $\frac{1}{x}$
- D. x

PEMBAHASAN :

$$\begin{aligned}\frac{1-x^4}{1-x} \div \frac{1+x^2}{x} \times \frac{1}{x+x^2} &= \frac{(1+x^2)(1+x)(1-x)}{1-x} \times \frac{x}{1+x^2} \times \frac{1}{x(1+x)} \\ &= \frac{x(1+x^2)(1+x)(1-x)}{x(1+x^2)(1+x)(1-x)} = 1\end{aligned}$$

2. Fungsi g dirumuskan dengan $g(x) = ax + b$. Jika $g(5) = 8$ dan $g(2) = -1$, maka jumlah dari nilai a dan b adalah

- A. 0
- B. -4
- C. 4
- D. -2

PEMBAHASAN :

$$g(5) = 5a + b = 8$$

$$g(2) = 2a + b = -1$$

$$g(5) - g(2) = 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$b = 8 - 5 \cdot 3 = 8 - 15 = -7$$

$$a + b = 3 + (-7) = -4$$

3. Jika $(18y - 15)^2 = ay^2 + by + c$, maka nilai dari $a + b + c = \dots$.

- A. 81
- B. 18
- C. 15
- D. 9

PEMBAHASAN :

$$(18y - 15)^2 = (18y)^2 - 2(18y)(15) + 15^2 = 324y^2 - 540y + 225$$

$$a + b + c = 324 + (-540) + 225 = 9$$

Cara singkat:

Nilai $a + b + c$ bisa langsung diperoleh untuk $y = 1$

$$\text{Jadi } a + b + c = (18 - 15)^2 = 3^2 = 9$$

4. Himpunan penyelesaian dari $\frac{x+y+1}{2} - \frac{x-y}{3} = 4$ dan $\frac{x+y+1}{5} + \frac{x-y}{2} = \frac{7}{2}$ adalah $\dots$.

- A. $\{(3, 6)\}$
- B. $\{(6, 3)\}$
- C. $\{(-3, 6)\}$
- D. $\{(6, -3)\}$

PEMBAHASAN :

$$\frac{x+y+1}{2} - \frac{x-y}{3} = 4 \Rightarrow 3(x+y+1) - 2(x-y) = 24$$

$$\Rightarrow 3x + 3y + 3 - 2x + 2y = 24 \Rightarrow x + 5y = 21 \dots (1)$$

$$\frac{x+y+1}{5} + \frac{x-y}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2(x+y+1) + 5(x-y) = 35$$

$$\Rightarrow 2x + 2y + 2 + 5x - 5y = 35 \Rightarrow 7x - 3y = 33 \dots (2)$$

$$(1) \times 7 - (2) \Rightarrow 38y = 114 \Rightarrow y = 114 \div 38 = 3$$

$$x = 21 - 5(3) = 21 - 15 = 6$$

5. Diberikan titik P(1, 3), Q(2, -5), dan R(3, -7) serta pernyataan-pernyataan berikut:

- (i) Gradien ruas garis PQ adalah -8
- (ii) Gradien ruas garis PR adalah 5
- (iii) Gradien ruas garis QR adalah -2
- (iv) Gradien ruas garis QP adalah 8

Pernyataan-pernyataan tersebut yang benar adalah

- A. (i) dan (ii)
- B. (i) dan (iii)
- C. (i) dan (iv)
- D. (ii), (iii), dan (iv)

PEMBAHASAN :

Pernyataan	i	ii	iii	iv
Nilai	benar	salah	benar	salah

$$\text{Gradien PQ} = \text{gradien QP} = \frac{-5-3}{2-1} = -8$$

$$\text{Gradien PR} = \frac{-7-3}{3-1} = -5$$

$$\text{Gradien QR} = \frac{-7-(-5)}{3-2} = -2$$

6. Harga 7 kg tepung terigu dan 2 kg telur adalah Rp118.000,00. Karena uangnya tidak cukup, Bu Ida hanya membeli 4 kg tepung terigu dan 2 kg telur seharga Rp85.000,00.

Harga per kilo telur yang dibeli Bu Ida adalah

- A. Rp20.250,00
- B. Rp20.500,00
- C. Rp21.000,00
- D. Rp19.500,00

PEMBAHASAN :

Misalkan harga per kg tepung terigu = x sementara harga per kg telur = y

$$7x + 2y = 118.000 \dots (1)$$

$$4x + 2y = 85.000 \dots (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow 3x = 33.000 \Rightarrow x = 11.000$$

$$2y = 85.000 - 44.000 = 41.000 \Rightarrow y = 20.500$$

7. Tahun lalu umur Budi sama dengan dua kali umur Ani. Dua tahun yang akan datang umur Ani sama dengan dua per tiga kali umur Budi. Umur Ani sekarang sama dengan

...

- A. 7 tahun
- B. 6 tahun
- C. 5 tahun
- D. 4 tahun

PEMBAHASAN :

Misalkan umur Ani = x dan umur Budi = y

$$y - 1 = 2(x - 1) \Rightarrow y - 1 = 2x - 2 \Rightarrow 2x - y = 1 \dots (1)$$

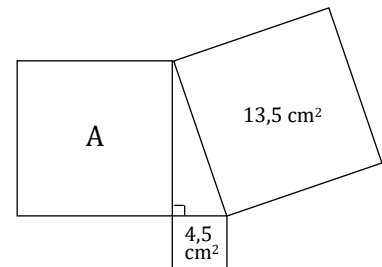
$$x + 2 = \frac{2}{3}(y + 2) \Rightarrow 3x + 6 = 2y + 4 \Rightarrow 3x - 2y = -2 \dots (2)$$

$$(1) \times 3 - (2) \times 2 \Rightarrow y = 7$$

$$2x = 1 + 7 = 8 \Rightarrow x = 4$$

8. Perhatikan gambar di kanan ini. Berdasarkan gambar tersebut, luas dari persegi A adalah ...

- A. 9 cm^2
- B. 8 cm^2
- C. 6 cm^2
- D. $4,5 \text{ cm}^2$



PEMBAHASAN :

Karena segitiga yang dilingkupi oleh ketiga persegi ini siku-siku, maka $[A] = 13,5 - 4,5 = 9$ (Hukum Pythagoras)

9. Jumlah dua bilangan asli sama dengan 37, sementara selisihnya sama dengan 7. Hasil kali kedua bilangan tersebut sama dengan

- A. 330
- B. 300
- C. 289
- D. 270

PEMBAHASAN :

$$x + y = 37$$

$$x - y = 7$$

$$\text{Jelas } x = \frac{37+7}{2} = 22 \text{ dan } y = \frac{37-7}{2} = 15$$

$$xy = 22 \times 15 = 330$$

10. Diberikan garis $g \equiv ax + by + c = 0$ dan garis $l \equiv px + qy + r = 0$. Jika garis g tegak lurus garis l , maka pernyataan berikut yang benar adalah

- A. $ab - pq = -1$
- B. $ap = bq$
- C. $ap - bq = 1$
- D. $ap + bq = 0$

PEMBAHASAN :

$$g \equiv ax + by + c = 0 \equiv y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \Rightarrow m_g = -\frac{a}{b}$$

$$l \equiv px + qy + r = 0 \equiv y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \Rightarrow m_l = -\frac{p}{q}$$

$$m_g \times m_l = -1 \Rightarrow \left(-\frac{a}{b}\right)\left(-\frac{p}{q}\right) = -1 \Rightarrow \frac{ap}{bq} = -1 \Rightarrow ap = -bq \Rightarrow ap + bq = 0$$

11. Fungsi kuadrat $g(x) = x^2 + bx + c$ mempunyai titik balik minimum di $(-1, 13)$. Nilai dari $\sqrt{b+c}$ adalah

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

PEMBAHASAN :

Koordinat titik balik dari $f(x) = ax^2 + bx + c$ adalah $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$, dengan

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$-\frac{b}{2(1)} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$-\frac{2^2 - 4(1)c}{4(1)} = 13 \Rightarrow -\frac{4 - 4c}{4} = 13 \Rightarrow 1 - c = -13 \Rightarrow c = 14$$

$$\sqrt{b+c} = \sqrt{16} = 4$$

12. Persamaan garis $4x + 3y = 24$ memotong sumbu X dan sumbu Y masing-masing di titik P dan Q. Jika T adalah titik tengah ruas garis PQ, maka persamaan garis yang melalui titik T dan pangkal koordinat adalah

- A. $4x - 3y = 0$
- B. $4x + 3y = 0$
- C. $3x + 4y = 0$
- D. $3x - 4y = 0$

PEMBAHASAN :

Solusi:

Jelas P(6, 0) dan Q(0, 8)

Maka T(3, 4)

$$\text{Persamaan garis melalui T dan O(0, 0)} \equiv \frac{y-0}{x-0} = \frac{4-0}{3-0} \equiv y = \frac{4}{3}x \equiv 4x - 3y = 0$$

13. Tabung I berisi 2 liter asam dalam 1 liter air, sementara tabung II berisi 1 liter asam dalam 3 liter air. Dari tiap tabung diambil beberapa milliliter untuk dibuat menjadi larutan asam sebanyak 1 liter dengan kadar 50%. Banyak larutan asam yang diambil dari tabung I adalah

- A. 0,3 liter
- B. 0,4 liter
- C. 0,5 liter
- D. 0,6 liter

PEMBAHASAN :

Misalkan banyak larutan dari tabung I = x

Maka banyak larutan dari tabung II = $1 - x$

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}(1 - x) = 50\% \Rightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{5}{12}x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 0,6$$

14. Amat mempunyai beberapa butir kelereng putih di dalam kantong A dan beberapa butir kelereng hitam di dalam kantong B, masing-masing kurang dari 100 butir. Ia memindahkan sepertiga dari kelereng putih ke dalam kantong B. Sebaliknya setengah dari kelereng hitam dipindahkan ke dalam kantong A. Jika setelah itu perbandingan banyak kelereng di dalam kantong A dan kantong B adalah 14 : 9, maka maksimal banyak kelereng hitam yang mungkin adalah

- A. 8 buah
- B. 48 buah
- C. 64 buah
- D. 96 buah

PEMBAHASAN :

Misalkan banyak kelereng putih = x dan banyak kelereng hitam = y

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 14 \Rightarrow 4x + 3y = 84 \dots (1)$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 9 \Rightarrow 2x + 3y = 54 \dots (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow 2x = 30 \Rightarrow x = 15$$

$$3y = 54 - 30 = 24 \Rightarrow y = 8$$

Putih	15	30	45	60	75	90
Hitam	8	16	24	32	40	48

15. Luas sebuah segitiga siku-siku sama dengan 84 cm^2 . Jika panjang salah satu sisi penyikunya sama dengan 24 cm , maka keliling segitiga tersebut sama dengan

- A. 48 cm
- B. 54 cm
- C. 56 cm
- D. 60 cm

PEMBAHASAN :

Misalkan panjang satu sisi penyiku lainnya $= x$

$$\frac{1}{2} \cdot 24x = 84 \Rightarrow 12x = 84 \Rightarrow x = 84 \div 12 = 7$$

Panjang sisi miringnya $= \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{625} = 25$ (tripel Pythagoras 7,24,25)

Keliling segitiga $= 7 + 24 + 25 = 56$

16. Bu Intan membayangkan dua bilangan asli, a dan b . Jika a sama dengan 3 lebih besar daripada b , dan selisih kuadrat dari kedua bilangan tersebut sama dengan 45, maka b sama dengan

- A. 5
- B. 6
- C. 9
- D. 10

PEMBAHASAN :

$$a - b = 3 \dots (1)$$

$$a^2 - b^2 = 45 \Rightarrow (a - b)(a + b) = 45 \Rightarrow 3(a + b) = 45 \Rightarrow a + b = 15 \dots (2)$$

$$b = \frac{15-3}{2} = 6$$

17. Diberikan $A = (x + y + 3)^2$ dan $B = (x - y - 1)^2$. Nilai dari $\frac{A-B}{(x+1)(y+2)}$ sama dengan

...

- A. 4
- B. 2
- C. 1
- D. bukan A,B,C

PEMBAHASAN :

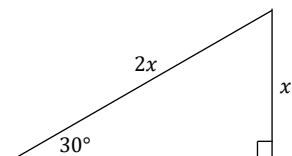
$$\begin{aligned}\frac{A-B}{(x+1)(y+2)} &= \frac{(x+y+3)^2 - (x-y-1)^2}{(x+1)(y+2)} \\ &= \frac{((x+y+3) + (x-y-1))((x+y+3) - (x-y-1))}{(x+1)(y+2)} \\ &= \frac{(2x+2)(2y+4)}{(x+1)(y+2)} = \frac{2(x+1) \cdot 2(y+2)}{(x+1)(y+2)} = 4\end{aligned}$$

18. Sebuah layang-layang diterbangkan dengan menggunakan seutas benang yang panjangnya 24 meter. Jika sudut elevasi antara benang dan tanah datar sebesar 30° , maka tinggi layang-layang adalah ... (Anggaplah posisi benang terbentang lurus.)

- A. 15 meter
- B. 12 meter
- C. 9 meter
- D. 8 meter

PEMBAHASAN :

Pada segitiga siku-siku istimewa (30° , 60° , 90°), panjang sisi di depan sudut 30° sama dengan setengah dari panjang sisi miring



Dengan demikian, tinggi layang-layang $= \frac{1}{2} \times 24 = 12$

19. Pada sebuah taman parkir terdapat 84 kendaraan yang terdiri dari sepeda motor yang beroda dua dan mobil yang beroda empat. Setelah dihitung jumlah roda seluruhnya sama dengan 220. Jika tarif parkir untuk sepeda motor Rp2.000,00 dan untuk mobil Rp3.000,00, maka besar uang yang diterima oleh tukang parkir sama dengan

- A. Rp226.000,00
- B. Rp214.000,00
- C. Rp194.000,00
- D. bukan A, B, C

PEMBAHASAN :

Misalkan banyak motor = x dan banyak mobil = y

$$x + y = 84 \dots (1)$$

$$2x + 4y = 220 \Rightarrow x + 2y = 110 \dots (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow y = 26$$

$$x = 84 - 26 = 58$$

$$58 \times 2.000 + 26 \times 3.000 = 116.000 + 78.000 = 194.000$$

20. Diberikan $\triangle PQR$ siku-siku di P dengan perbandingan $PR : PQ = 4 : 3$. Jika keliling $\triangle PQR$ sama dengan 72 cm, maka panjang garis tinggi yang ditarik dari titik P sama dengan

- A. 15,5 cm
- B. 14,4 cm
- C. 14,2 cm
- D. 13,4 cm

PEMBAHASAN :

Berdasarkan tripel Pythagoras (3,4,5), jelas $PR : PQ : QR = 4 : 3 : 5$

$$PR = \frac{4}{12} \times 72 = 24 ; PQ = \frac{3}{12} \times 72 = 18 ; QR = \frac{5}{12} \times 72 = 30$$

Misalkan panjang garis tinggi yang ditarik dari P = x

$$\text{Luas } \triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 18 = \frac{1}{2} \cdot 30x$$

$$30x = 24 \cdot 18 \Rightarrow 5x = 4 \cdot 18 = 72 \Rightarrow x = \frac{72}{5} = 14,4$$

21. Sebuah pecahan memiliki penyebut 3 satuan kurang dari 2 kali pembilangnya. Jika pembilang dan penyebutnya masing-masing dikurangi 1, nilainya menjadi $\frac{2}{3}$. Selisih kuadrat dari pembilang dan penyebut pecahan tersebut sama dengan

- A. 7
- B. 20
- C. 24
- D. 35

PEMBAHASAN :

Tulis pecahan tersebut = $\frac{x}{2x-3}$

$$\frac{x-1}{2x-4} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3(x-1) = 2(2x-4) \Rightarrow 3x-3 = 4x-8 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{Pecahan tersebut} = \frac{5}{2(5)-3} = \frac{5}{7}$$

$$7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$$

22. Ali dan Bima berangkat dari tempat dan waktu yang sama, melaju di atas motornya masing-masing, menuju ke Kota P, yang berjarak 70 km. Ali sampai di kota P 10 menit lebih cepat daripada Bima. Diketahui bahwa selisih kecepatan motor mereka sama dengan 21 km/jam. Maka perbandingan kecepatan motor mereka adalah

- A. 5 : 4
- B. 6 : 5
- C. 10 : 9
- D. 49 : 45

PEMBAHASAN :

$$a - b = 21$$

$$\frac{70}{b} - \frac{70}{a} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{70(a-b)}{ab} = \frac{1}{6} \Rightarrow ab = 70(21) \cdot 6 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2 = 105 \cdot 84$$

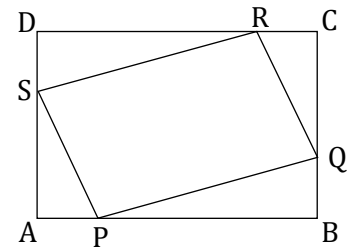
$$a = 105 \text{ dan } b = 84$$

$$a : b = 105 : 84 = 5 : 4$$

23. Pada persegi panjang ABCD di kanan ini, panjang AB = 12 cm dan lebar BC = 8 cm.

Persegi panjang ini akan dipotong tiap pojoknya sedemikian sehingga panjang AP = BQ = CR = DS. Luas PQRS setidaknya sama dengan

- A. 43 cm²
- B. 46 cm²
- C. 48 cm²
- D. 52 cm²



PEMBAHASAN :

$$[PQRS] = [ABCD] - [APS] - [BPQ] - [CQR] - [DRS]$$

Tetapi karena $[APS] = [CQR]$ dan $[BPQ] = [DRS]$

$$\text{Maka } [PQRS] = [ABCD] - 2[APS] - 2[BPQ]$$

$$= 12 \cdot 8 - 2 \cdot \frac{1}{2}x(8 - x) - 2 \cdot \frac{1}{2}x(12 - x) = 96 - 8x + x^2 - 12x + x^2$$

$$= 2x^2 - 20x + 96 \geq -\frac{(-20)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 96}{4 \cdot 2} = 46$$

24. Tarif parkir kendaraan roda dua di sebuah jalan adalah Rp2.000,00. Banyak cara yang berbeda dalam membayar tarif parkir ini memakai uang koin Rp50,00, Rp100,00, atau Rp200,00 adalah

- A. 20
- B. 65
- C. 106
- D. bukan A,B,C

PEMBAHASAN :

200	10	9	9	9	8	8	8	8	8	...	-	-	...	-
100	-	2	1	-	4	3	2	1	-	...	20	19	...	-
50	-	-	2	4	-	2	4	6	8	...		2	...	40

$$\text{Banyak cara} = 1 + 3 + 5 + \dots + 21 = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 22 = 121$$

25. Pada jam 10.15 seorang penerjun payung melompat dari pesawat udara sambil membuka parasutnya. Setelah 3 detik, ketinggiannya 2000 meter dari permukaan tanah. Lima detik kemudian ketinggiannya 1900 meter. Jika mulai detik ke-3 sampai dengan satu menit kecepatannya tetap, maka ketinggiannya pada jam 10.16 adalah ...
- A. 860 meter
 - B. 890 meter
 - C. 940 meter
 - D. 960 meter

PEMBAHASAN :

$$\text{Kecepatan turun} = \frac{2000-1900}{5} \times 1 \text{ m/detik} = 20 \text{ m/detik}$$

$$60 \text{ detik} - 3 \text{ detik} = 57 \text{ detik}$$

$$2000 \text{ m} - 57 \times 20 \text{ m} = 2000 \text{ m} - 1140 \text{ m} = 860 \text{ m}$$

PEMBAHASAN PAKET 2

SOAL LATIHAN PERSIAPAN KST-7 2023

KELAS 8 SMP/MTs

1. Amat berlatih bulutangkis setiap 5 hari sekali, Budiman berlatih setiap 6 hari sekali, dan Cepot berlatih setiap 4 hari sekali. Jika mereka bertiga berlatih pada tempat dan jam yang sama, dan berlatih bersama-sama pada tanggal 18 Oktober, maka akan berlatih bersama-sama untuk yang kedua kali pada tanggal

- A. 16 Desember
- B. 17 Desember
- C. 28 November
- D. 29 November

PEMBAHASAN :

$$\text{KPK}(5, 6, 4) = 60$$

$$18 \text{ Oktober} + 60 \text{ hari} = 78 \text{ Oktober} = 47 \text{ November} = 17 \text{ Desember}$$

2. Kelipatan persekutuan terkecil dari $a^3 + b^3$ dan $a^4 - b^4$ sama dengan

- A. $(a^3 + b^3)(a^2 + b^2)(a - b)$
- B. $(a^3 + b^3)(a^2 + b^2)(a + b)$
- C. $(a + b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 + b^2)$
- D. $(a^3 + b^3)(a^2 - b^2)(a - b)$

PEMBAHASAN :

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$$

$$\begin{aligned} \text{KPK}((a^3 + b^3) \text{ dan } (a^4 - b^4)) &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + b^2)(a - b) \\ &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2)(a - b) \end{aligned}$$

3. Diberikan $x + \frac{1}{x} = \frac{17}{4}$. Jika x bulat maka nilai dari $x - \frac{1}{x}$ sama dengan

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{13}{4}$
- C. $\frac{15}{4}$
- D. 4

PEMBAHASAN :

$$x + \frac{1}{x} = \frac{17}{4} \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{17}{4} \Rightarrow 4(x^2 + 1) = 17x \Rightarrow 4x^2 + 4 = 17x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 17x + 4 = 0 \Rightarrow (4x - 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$x - \frac{1}{x} = 4 - \frac{1}{4} = 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

Note:

Jika siswa jeli bahwa $x + \frac{1}{x} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4}$, maka akan langsung diperoleh $x = 4$, tanpa menyelesaikan persamaan kuadrat

4. Faktor persekutuan terbesar dari $x^2 - ax - (a + 1)$ dan $ax^2 - x - (a + 1)$ sama dengan
- A. $x - 1$
 - B. $x + 1$
 - C. $x + a + 1$
 - D. $x - a - 1$

PEMBAHASAN :

$$x^2 - ax - (a + 1) = (x + 1)(x - (a + 1))$$

$$ax^2 - x - (a + 1) = (x + 1)(ax - (a + 1))$$

$$\text{FPB}((x^2 - ax - (a + 1)) \text{ dan } (ax^2 - x - (a + 1))) = x + 1$$

5. Buku jenis A Rp400,00 lebih murah daripada buku jenis B. Pak Iwan membelanjakan masing-masing Rp12.000,00 untuk buku jenis A dan B. Jika banyak buku seluruhnya 11 buah, maka banyak buku jenis A adalah

- A. 4 buah
- B. 5 buah
- C. 6 buah
- D. 7 buah

PEMBAHASAN :

Misalkan harga buku A = x dan harga buku B = y

$$y = x + 400$$

$$\frac{12.000}{x} + \frac{12.000}{y} = 11 \Rightarrow \frac{12.000(x + y)}{xy} = 11 \Rightarrow 12.000(x + y) = 11xy$$

$$\Rightarrow 12.000(2x + 400) = 11x(x + 400) \Rightarrow 24.000x + 4.800.000 = 11x^2 + 4400x$$

$$\Rightarrow 11x^2 - 19.600x - 4.800.000 = 0 \Rightarrow (11x + 2.400)(x - 2.000) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2.000$$

$$\text{Banyak buku A} = 12.000 \div 2.000 = 6$$

6. Jika $a + b = 2$ dan $a^3 + b^3 = 38$ maka nilai terbesar dari a sama dengan

- A. $1 + \sqrt{6}$
- B. $1 - \sqrt{6}$
- C. $\sqrt{6} - 1$
- D. bukan A,B,C

PEMBAHASAN :

$$a + b = 2 \Rightarrow b = 2 - a \dots (1)$$

$$a^3 + b^3 = 38 \Rightarrow a^3 + (2 - a)^3 = 38 \Rightarrow a^3 + (2^3 - 3 \cdot 2^2 a + 3 \cdot 2 a^2 - a^3) = 38$$

$$\Rightarrow 8 - 12a + 6a^2 = 38 \Rightarrow 6a^2 - 12a - 30 = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 5 = 0$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1(-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 1 \pm \sqrt{6}$$

7. Pasangan berurutan berikut ini yang merupakan fungsi adalah ...

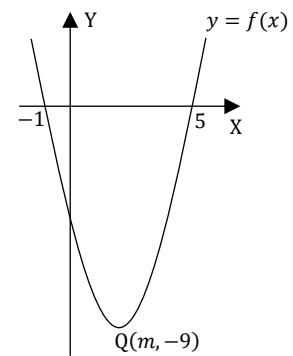
- A. $\{(1,4), (2,5), (2,6), (3,7)\}$
- B. $\{(1,4), (2,6), (3,4), (3,6)\}$
- C. $\{(1,4), (2,7), (3,5), (4,5)\}$
- D. $\{(1,4), (2,4), (3,5), (3,7)\}$

PEMBAHASAN :

Fungsi dari himpunan A ke B adalah hubungan dari A ke B di mana untuk setiap $x \in A$ dipasangkan dengan tepat satu $y \in B$

8. Persamaan parabola $y = f(x)$ di kanan ini, dengan titik balik $Q(m, -9)$ adalah ...

- A. $y = x^2 - 4x + 5$
- B. $y = x^2 - 4x - 5$
- C. $y = x^2 + 4x - 5$
- D. $y = x^2 + 4x + 5$



PEMBAHASAN :

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$y = a(x - (-1))(x - 5)$$

$$-9 = a(2 + 1)(2 - 5)$$

$$-9 = a \cdot 3 \cdot (-3)$$

$$-9 = -9a$$

$$a = 1, \text{ diperoleh}$$

$$y = 1(x + 1)(x - 5)$$

$$y = x^2 - 4x + 5$$

9. Jika $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = x \div y$ dan $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x - y$ maka nilai x sama dengan

- A. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2-ab}$
 B. $\frac{a^4-b^4}{ab(a^2-b^2-ab)}$
 C. $\frac{a^4-b^4}{a^2-b^2-ab}$
 D. $\frac{a^4+b^4}{ab(a^2-b^2-ab)}$

PEMBAHASAN :

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = x \div y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{a^2 - b^2}{ab} \Rightarrow y = \frac{ab}{a^2 - b^2} x \dots (1)$$

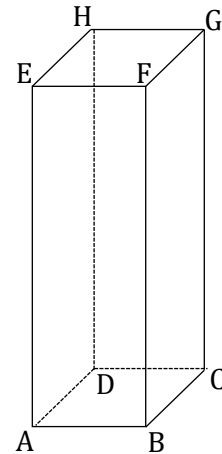
$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x - y &\Rightarrow x - \frac{ab}{a^2 - b^2} x = \frac{a^2 + b^2}{ab} \Rightarrow \left(1 - \frac{ab}{a^2 - b^2}\right) x = \frac{a^2 + b^2}{ab} \\ &\Rightarrow \left(\frac{a^2 - b^2 - ab}{a^2 - b^2}\right) x = \frac{a^2 + b^2}{ab} \Rightarrow x = \frac{(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)}{ab(a^2 - b^2 - ab)} \\ &= \frac{a^4 - b^4}{ab(a^2 - b^2 - ab)} \end{aligned}$$

10. Diberikan balok ABCD.EFGH dengan panjang rusuk-rusuknya AB = 4 cm, BC = 3 cm, dan CG = 12 cm. Panjang ruas garis:

- 1) AC = 5 cm
 2) DE = 12 cm
 3) CE = 13 cm
 4) FH = 4 cm

Pernyataan tersebut yang benar adalah

- A. (1), (2), dan (3) benar
 B. (1) dan (3) benar
 C. (2) dan (4) benar
 D. hanya (4) yang benar



PEMBAHASAN :

$\triangle ABC$ siku-siku di B, maka menurut tripel Pythagoras 3,4,5, panjang AC = 5

$\triangle DAE$ siku-siku di A, maka $DE = \sqrt{3^2 + 12^2} = \sqrt{153} = 3\sqrt{17}$

$\triangle CAE$ siku-siku di A, maka menurut tripel Pythagoras 5,12,13, panjang CE = 13

Jelas FH = AC = 5

11. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh Adi dan Boni selama 8 hari. Jika dikerjakan oleh Boni dan Coki, pekerjaan ini selesai dalam 12 hari. Tetapi jika dikerjakan oleh Adi, Boni, dan Coki, pekerjaan ini selesai dalam 6 hari. Maka jika dikerjakan oleh Adi dan Coki, pekerjaan ini selesai dalam waktu ...

- A. 8 hari
- B. 12 hari
- C. 16 hari
- D. 24 hari

PEMBAHASAN :

Misalkan kecepatan Adi, Boni, Coki berturut-turut a, b, c

$$a + b = \frac{1}{8} \text{ pekerjaan/hari ... (1)}$$

$$b + c = \frac{1}{12} \text{ pekerjaan/hari ... (2)}$$

$$a + b + c = \frac{1}{6} \text{ pekerjaan/hari ... (3)}$$

$$(3) \times 2 - (1) - (2) \Rightarrow a + c = \frac{1}{8}$$

$$\left(1 \div \frac{1}{8}\right) \times 1 \text{ hari} = 8 \text{ hari}$$

12. Jika bilangan genap dikelompokkan seperti berikut: {2}, {4,6}, {8,10,12}, {14,16,18,20}, maka suku tengah dari kelompok ke-23 adalah ...

- A. 528
- B. 530
- C. 532
- D. 534

PEMBAHASAN :

Misalkan T_n adalah suku tengah dari kelompok ke- n

$$T_1 = 2 = 1^2 + 1$$

$$T_2 = \frac{4+6}{2} = 5 = 2^2 + 1$$

$$T_3 = 10 = 3^2 + 1$$

$$T_4 = \frac{16+18}{2} = 17 = 4^2 + 1$$

$\vdots$

$$T_n = n^2 + 1$$

$$\text{Maka } T_{23} = 23^2 + 1 = 529 + 1 = 530$$

13. Banyak nilai n sedemikian sehingga n dan $\frac{n+3}{n-1}$ kedua-duanya merupakan bilangan bulat adalah ...

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

PEMBAHASAN :

Misalkan $\frac{n+3}{n-1} = k$

$$\Rightarrow k(n-1) = n+3 \Rightarrow kn - k - n = 3 \Rightarrow (k-1)(n-1) = 4$$

Karena $(k-1) = \text{bulat}$ maka $(n-1) = -4, -2, -1, 1, 2, 4$

$$\Rightarrow n = -3, -1, 0, 2, 3, 5$$

Cara alternatif:

$$\frac{n+3}{n-1} = \frac{n-1+4}{n-1} = 1 + \frac{4}{n-1}$$

$$\Rightarrow n-1 = -4, -2, -1, 1, 2, 4$$

$$\Rightarrow n = -3, -1, 0, 2, 3, 5$$

14. Dalam bentuk desimal, banyak 0 di belakang tanda koma dari hasil penjumlahan dari $\frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots + \frac{11}{10^{11}}$ adalah ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. bukan A,B,C

PEMBAHASAN :

$$0,1$$

$$0,02$$

$$0,003$$

$$0,0004$$

$$0,00005$$

$$0,000006$$

$$0,0000007$$

$$0,00000008$$

$$0,000000009$$

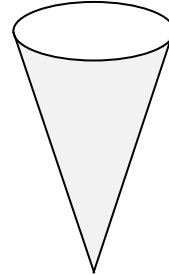
$$0,0000000010$$

$$0,00000000011+$$

$$0,12345679011$$

15. Diberikan tempat air berbentuk kerucut. Untuk diisi air sampai pada ketinggian setengahnya dibutuhkan air sebanyak 38,5 liter. Volume air yang dibutuhkan untuk memenuhi tempat ini adalah

- A. 38,5 liter
B. 269,5 liter
C. 308 liter
D. bukan A,B,C



PEMBAHASAN :

Misalkan jari-jari lingkaran atas kerucut = $2r$ dan tinggi kerucut = $2t$

Volume air sampai ketinggian setengahnya = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot t = 38,5$ liter

Volume air sampai penuh = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2r)^2 \cdot 2t = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4r^2 \cdot 2t$
 $= 8 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot t = 8 \times 38,5 \text{ liter} = 308 \text{ liter}$

16. Diberikan dua buah bilangan bulat berbeda yang berjumlah 38. Apabila bilangan yang lebih besar dibagi dengan bilangan yang lebih kecil, maka hasil baginya adalah 4 dan sisanya 3. Selisih kedua bilangan tersebut adalah

- A. 21
B. 22
C. 23
D. 24

PEMBAHASAN :

$$b + k = 38 \dots (1)$$

$$b = 4k + 3 \dots (2)$$

$$\text{Substitusi (2) ke (1)} \Rightarrow (4k + 3) + k = 38 \Rightarrow 5k + 3 = 38 \Rightarrow k = 7$$

$$b = 38 - 7 = 31$$

$$31 - 7 = 24$$

17. Bila $x + y = 5$ dan $xy = 5$ maka nilai terbesar dari $x^3 - y^3$ sama dengan

- A. 17
- B. 63
- C. 19
- D. bukan A,B,C

PEMBAHASAN :

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \Rightarrow x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3x^2y - 3xy^2$$

$$\Rightarrow x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) \dots (1)$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 4xy = (x + y)^2 - 4xy$$

$$\Rightarrow x - y = \pm\sqrt{(x + y)^2 - 4xy} = \pm\sqrt{5^2 - 4 \cdot 5} = \pm\sqrt{5}$$

$$\text{Jika } x - y = -\sqrt{5} \text{ maka } x^3 - y^3 = (-\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 5 \cdot (-\sqrt{5}) = -20\sqrt{5}$$

$$\text{Jika } x - y = \sqrt{5} \text{ maka } x^3 - y^3 = (\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 5 \cdot (\sqrt{5}) = 20\sqrt{5}$$

18. Sebuah balok memiliki sisi-sisi yang luasnya 108 cm^2 , 81 cm^2 , dan 27 cm^2 . Jumlah panjang semua rusuk balok ini sama dengan

- A. 112 cm
- B. 114 cm
- C. 116 cm
- D. bukan A,B,C

PEMBAHASAN :

$$pl = 108 \dots (1)$$

$$pt = 81 \dots (2)$$

$$lt = 27 \dots (3)$$

$$\frac{(1) \times (2)}{(3)} \Rightarrow p^2 = \frac{108 \times 81}{27} = 324 \Rightarrow p = 18$$

$$l = 108 \div 18 = 6$$

$$t = 27 \div 6 = 4,5$$

$$4 \times (18 + 6 + 4,5) = 4 \times 28,5 = 114$$

19. Bilangan 44 dapat dinyatakan dalam bentuk $6a + 13b$, karena untuk $a = 3$ dan $b = 2$, nilai dari $6a + 13b = 6 \cdot 3 + 13 \cdot 2 = 18 + 26 = 44$. Manakah dari tiga bilangan 38, 524, dan 2022 yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $6a + 13b$.

- A. 524
- B. 524 dan 2022
- C. semua
- D. bukan A,B,C

PEMBAHASAN :

Persamaan Diophantine $ma + nb = q$ akan memiliki solusi jika dan hanya jika q habis dibagi oleh $\text{FPB}(m, n)$

Karena $\text{FPB}(6, 13) = 1$ maka semua bilangan dapat dinyatakan sebagai $6a + 13b$

20. Sekumpulan data yang terdiri dari 5 bilangan asli memiliki rata-rata hitung 8 dan rentang 9. Bilangan asli terkecil yang tidak mungkin menjadi anggota dari kumpulan tersebut adalah

- A. 20
- B. 18
- C. 16
- D. 15

PEMBAHASAN :

Misalkan data terkecil = x

Data terbesar = $x + 9$

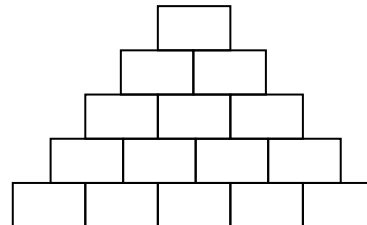
$$x + x + x + x + (x + 9) \leq 5 \times 8 \leq x + (x + 9) + (x + 9) + (x + 9) + (x + 9)$$

$$\Rightarrow 5x + 9 \leq 40 \leq 5x + 36 \Rightarrow 5x \leq 31 \leq 5x + 27 \Rightarrow x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Data terbesar yang mungkin = $6 + 9 = 15$

21. Setiap kotak pada piramid di kanan ini akan diisi dengan bilangan. Mula-mula kotak-kotak pada alas piramid harus diisi dengan bilangan-bilangan 2, 4, 6, 8, dan 10. Jika bilangan terkecil yang mungkin pada kotak paling atas adalah a dan bilangan terbesar yang mungkin pada kotak paling atas adalah b , maka $a + b = \dots$

- A. 168
B. 180
C. 192
D. 204



PEMBAHASAN :

Misalkan bilangan-bilangan pada alas piramid = a, b, c, d, e

Bilangan di atasnya = $(a + b), (b + c), (c + d), (d + e)$

Bilangan berikutnya = $(a + 2b + c), (b + 2c + d), (c + 2d + e)$

Bilangan berikutnya lagi = $(a + 3b + 3c + d), (b + 3c + 3d + e)$

Bilangan paling atas = $a + 4b + 6c + 4d + e = (a + e) + 4(b + d) + 6c$

$$a = (8 + 10) + 4(4 + 6) + 6 \cdot 2 = 18 + 40 + 12 = 70$$

$$b = (2 + 4) + 4(6 + 8) + 6 \cdot 10 = 6 + 56 + 60 = 122$$

$$a + b = 70 + 122 = 192$$

22. Jika f fungsi dari himpunan bilangan asli ke himpunan bilangan asli yang memenuhi $f(x) + f(x + 1) = 2x^2$ dan $f(1) = 1$, maka $f(2001) = \dots$
- A. 40201
B. 400202
C. 4002001
D. 4002002

PEMBAHASAN :

$$f(x) + f(x + 1) = 2x^2 \Rightarrow f(x + 1) = -f(x) + 2x^2$$

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = -f(1) + 2 \cdot 1^2 = -1 + 2 \cdot 1^2$$

$$f(3) = -f(2) + 2 \cdot 2^2 = 1 - 2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2^2$$

$$f(4) = -f(3) + 2 \cdot 3^2 = -1 + 2 \cdot 1^2 - 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2$$

⋮

$$f(2001) = 1 - 2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 3^2 + \dots + 2 \cdot 2000^2$$

$$= 1 + 2(2000^2 - 1999^2 + 1998^2 - 1997^2 + \dots + 2^2 - 1^2)$$

$$= 1 + 2(2000 + 1999 + 1998 + 1997 + \dots + 2 + 1)$$

$$= 1 + 2\left(\frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot 2001\right) = 1 + 2(2001000) = 1 + 4002000 = 4002001$$

23. Seorang ayah berumur 36 tahun mempunyai dua orang anak bernama Budi dan Wati. Tahun depan, selisih umur ayah dan Budi dibandingkan dengan selisih umur ayah dan Wati adalah 9 : 10. Jika umur ayah sekarang adalah dua kali umur Budi ditambah tiga kali umur Wati, maka jumlah umur Budi dan Wati empat tahun yang akan datang adalah ...

- A. 17 tahun
- B. 18 tahun
- C. 23 tahun
- D. 27 tahun

PEMBAHASAN :

$$\frac{37 - (B + 1)}{37 - (W + 1)} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{36 - B}{36 - W} = \frac{9}{10} \Rightarrow 360 - 10B = 324 - 9W$$

$$\Rightarrow 10B - 9W = 36 \dots (1)$$

$$2B + 3W = 36 \dots (2)$$

$$(1) + (2) \times 3 \Rightarrow 16B = 144 \Rightarrow B = 9$$

$$W = \frac{36 - 18}{3} = 6$$

$$(9 + 4) + (6 + 4) = 23$$

24. Suatu garis lurus memotong sumbu X di titik $A(a, 0)$ dan memotong sumbu Y di titik $B(0, b)$ dengan a dan b adalah bilangan bulat. Jika luas segitiga OAB adalah 12 satuan luas, maka banyaknya pasangan bilangan bulat a dan b yang mungkin adalah

- A. 4
- B. 8
- C. 16
- D. 32

PEMBAHASAN :

$$[OAB] = \frac{1}{2} |a||b| = 12$$

$$\Rightarrow |a||b| = 24 = 1 \times 24 = 2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6$$

$$\text{Banyak pasangan } (a, b) = 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

25. Sebuah kotak tempat bola tanpa tutup, berukuran $90 \text{ cm} \times 70 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$, akan dibuat dari triplek. Kotak ini setiap rusuknya diberi kerangka kayu dan setiap sisi tegak bagian luar dicat. Harga triplek Rp70.000,00/m²; harga kayu kerangka Rp40.000,00/m; harga cat Rp30.000,00/m², dan upah tukang Rp150.000,00. Maka total biaya untuk membuat kotak tersebut setidaknya adalah

- A. Rp738.100,00
- B. Rp588.100,00
- C. Rp680.500,00
- D. bukan A,B,C

PEMBAHASAN :

$$\text{Biaya triplek} = (0,9 \times 0,7 + 2 \times 0,9 \times 0,6 + 2 \times 0,7 \times 0,6) \times 70.000$$

$$= (0,63 + 1,08 + 0,84) \times 70.000 = 2,55 \times 70.000 = 178.500$$

$$\text{Biaya kayu} = 4 \times (0,9 + 0,7 + 0,6) \times 40.000 = 4 \times 2,2 \times 40.000 = 352.000$$

$$\text{Biaya cat} = (2 \times 0,9 \times 0,6 + 2 \times 0,7 \times 0,6) \times 30.000 = 1,92 \times 30.000 = 57.600$$

$$\text{Total biaya} = 178.500 + 352.000 + 57.600 + 150.000 = 738.100$$

Perkumpulan Pembina OSN
Jawa Tengah

