

$$\begin{array}{r} \text{Jumlah} = 1+2+3+4+5+6+7+8+9 \\ \quad\quad\quad +10+11+12+\dots+17+18+19 \\ \hline 19+19+(19+19+\dots)+19+19 \\ = 9 \times 19 \\ = \underline{\underline{171}} \end{array}$$

4. Ali menabung uang di bank "PPO Jateng" sebesar Rp80.000.000,00 dengan bunga 6% setiap tahun. Setelah 30 bulan, uang tabungan Ali menjadi

$$\begin{aligned}
 \text{Modal } (M_0) &= 80 \text{ juta} & \text{bunga} &= M_0 \times i \times t \\
 \text{bunga } (i) &= 6\% / \text{tahun} & &= 80 \times \frac{6}{100} \times \frac{30}{12} \\
 \text{waktu } (t) &= 30 \text{ bulan} & &= \frac{1200}{100} \\
 &= 2,5 \text{ tahun} & &= 12 \text{ juta} \\
 M_t &= M_0 + \text{bunga} & &= 80 + 12 \\
 &= 92 \text{ juta} & &= \underline{\underline{\text{Rp } 92.000.000,00}}
 \end{aligned}$$

5. Jika $\frac{2n+9}{n+5} = 1\frac{2}{3}$, maka nilai dari $n^2 + n - 1 = \dots$

$$\begin{aligned}
 \frac{2n+9}{n+5} &= \frac{5}{3} \\
 3(2n+9) &= 5(n+5) \\
 6n+27 &= 5n+25 \\
 6n-5n &= 25-27 \\
 n &= -2
 \end{aligned}$$

Rumus
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c$

Jadi $n^2 + n - 1 = (-2)^2 + (-2) - 1$
 $= 4 - 2 - 1$
 $= \underline{\underline{1}}$

6. Jumlah tiga bilangan adalah 60. Jika bilangan pertama dan bilangan kedua masing-masing dikurangi 4, maka diperoleh dua bilangan dengan rasio 1 : 2. Jika bilangan kedua dan ketiga masing-masing ditambah 4, maka diperoleh dua bilangan dengan rasio 3 : 4. Maka selisih bilangan terbesar dengan bilangan terkecil tersebut adalah

$$\begin{aligned}
 (a) + b + (c) &= 60 & \frac{a-4}{b-4} &= \frac{1}{2} & \frac{b+4}{c+4} &= \frac{3}{4} \\
 \frac{b+4}{2} + b + \frac{4b+4}{3} &= 60 & 2a-8 &= b-4 & 4b+16 &= 3c+12 \\
 & & 2a &= b+4 & 4b &= 3c-4 \\
 & & a &= \frac{b+4}{2} & 3c &= 4b+4 \\
 & & & & c &= \frac{4b+4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3(b+4) + 6b + 2(4b+4) &= 6 \cdot 60 \\
 3b + 12 + 6b + 8b + 8 &= 360 \\
 17b &= 360 - 12 - 8 \\
 17b &= 340 \\
 b &= \frac{340}{17} = \underline{\underline{20}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{20+4}{2} = 12 \text{ terkecil} \\
 c &= \frac{4 \cdot 20 + 4}{3} = \frac{84}{3} = 28 \text{ (terbesar)}
 \end{aligned}$$

Jadi $c - a = 28 - 12 = \underline{\underline{16}}$

Rumus: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

7. Jumlah dua bilangan bulat adalah 17. Jika selisih kuadrat kedua bilangan adalah 85, maka jumlah kuadrat kedua bilangan adalah

$$\begin{aligned} a+b &= 17 \\ a-b &= 5 \\ \hline 2a &= 22 \\ \boxed{a} &= 11 \\ a+b &= 17 \\ 11+b &= 17 \\ \boxed{b} &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 85 \\ (a+b)(a-b) &= 85 \\ 17(a-b) &= 85 \\ a-b &= \frac{85}{17} \\ a-b &= 5 \end{aligned}$$

Jadi $a^2 + b^2$
 $= 11^2 + 6^2$
 $= 121 + 36$
 $= 157$

8. Jika jumlah dari dua bilangan real hasilnya sama dengan 6, dan begitu juga perkalian kedua bilangan itu nilainya sama dengan 7, maka berapakah jumlah kuadrat bilangan-bilangan itu?

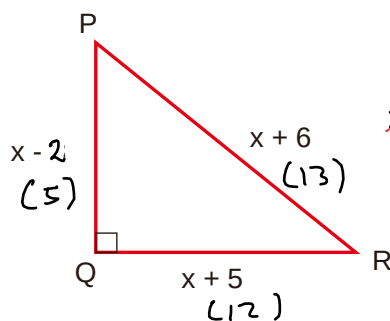
$$\begin{aligned} a+b &= 6 \\ a \cdot b &= 7 \\ (a+b)^2 &= 6^2 \\ a^2 + 2ab + b^2 &= 36 \\ a^2 + b^2 + 2 \cdot 7 &= 36 \\ a^2 + b^2 &= 36 - 14 \\ &= 22 \end{aligned}$$

$a^2 + b^2 = ?$
22

Rumus

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

9. Diketahui segitiga PQR, panjang PQ = (x - 2) cm, QR = (x + 5) cm dan PR = (x + 6) cm.



Jadi $K = 5 + 12 + 13$
 $= 30 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} PR^2 &= PQ^2 + QR^2 \\ (x+6)^2 &= (x-2)^2 + (x+5)^2 \\ x^2 + 12x + 36 &= x^2 - 4x + 4 + x^2 + 10x + 25 \\ x^2 + 6x - 12x + 29 - 36 &= 0 \\ x^2 - 6x - 7 &= 0 \\ (x+1)(x-7) &= 0 \\ x+1 &= 0 \quad \vee \quad x-7 &= 0 \\ x &= -1 \quad \vee \quad x &= 7 \\ &(-m) \quad \quad \quad \underline{x=7} \end{aligned}$$

10. Amania menuliskan nomor halaman sebuah buku yang terdiri dari 88 halaman. Tentukan banyaknya angka yang ditulis Amania.

1 angka
1
2
3
4
⋮
9
9
9 angka

2 angka
10
11
12
13
⋮
88
88
79 × 2 = 158 angka

(88 - 10) + 1
= 79 bilangan

Total = 9 + 158
= 167 angka

11. Jumlah semua bilangan bulat positif lebih kecil dari 100 yang tidak habis dibagi 5 adalah

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99$$

$$= \frac{99}{2} \times (1 + 99)$$

$$= \frac{99}{2} \times 100$$

$$= 99 \times 50 = \underline{4950}$$

Rumus

$$S = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

$$n = \frac{U_n - a}{b} + 1$$

$$S_2 = 5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 95$$

$$= \frac{19}{2} \times (5 + 95)$$

$$= \frac{19}{2} \times 100$$

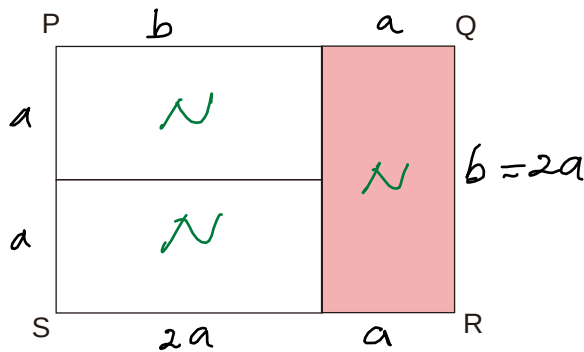
$$= 19 \times 50 = \underline{950}$$

Jadi $S = S_1 - S_2$

$$= 4950 - 950$$

$$= \underline{4000}$$

12. Terdapat 3 persegi panjang identik menyusun persegi panjang PQRS, seperti pada gambar. Luas PQRS adalah 216 cm². Tentukan keliling sebuah persegi panjangnya.



$$L_{PQRS} = 216$$

$$3N = 216$$

$$N = \frac{216}{3} = 72 \text{ cm}^2$$

$$2a^2 = 72$$

$$a^2 = 36 \rightarrow a = \sqrt{36}$$

$$a = \underline{6 \text{ cm}}$$

$$N = 2a \cdot a$$

$$= 2a^2$$

Jadi $K = 2 \times (p + l)$

$$= 2 \times (3a + 2a)$$

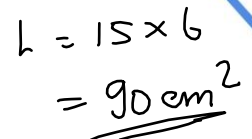
$$= 2 \times 5a$$

$$= 10a$$

$$\rightarrow K = 10 \times 6$$

$$= \underline{60 \text{ cm}}$$

-



- Perkumpulan Pembina OSN
Jawa Tengah

- $$L_p = 60 + 75 + 2 \cdot \frac{117}{2}$$
- $$= 135 + 117$$
- $$= \underline{\underline{252 \text{ cm}^2}}$$

16. Jumlah tiga bilangan ganjil yang berurutan adalah 75. Tentukan jumlah kuadrat ketiga bilangan tersebut.

$$a-2, a, a+2 \rightarrow a-2 + a + a+2 = 75$$

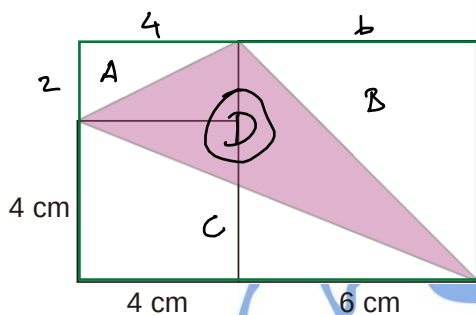
$$3a = 75$$

$$a = 25$$

$$23, 25, 27$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi} &= 23^2 + 25^2 + 27^2 \\ &= 529 + 625 + 729 \\ &= \underline{\underline{1883}} \end{aligned}$$

17. Dua buah persegi dengan panjang sisi masing-masing 4 cm dan 6 cm disusun seperti gambar di bawah. Luas daerah yang diarsir adalah cm².



$$L_A = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$

$$L_B = \frac{6 \times 6}{2} = 18$$

$$L_C = \frac{10 \times 4}{2} = 20$$

$$L_{\text{arsir}} + L_A + L_B + L_C = L_{\square}$$

$$L_{\text{arsir}} + 4 + 18 + 20 = 10 \times 6$$

$$L_{\text{arsir}} + 42 = 60$$

$$L_{\text{arsir}} = 60 - 42$$

$$= \underline{\underline{18 \text{ cm}^2}}$$

18. Dalam sebuah kotak terdapat 5 bola merah, 3 bola biru dan 2 bola hijau. Diambil 2 bola secara acak. Tentukan peluang yang terambil kedua bola berwarna sama.

5 M

3 B

2 H

$$P(2 \text{ sama}) = P(M, M) + P(B, B) + P(H, H)$$

$$= \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{1}{9}$$

$$= \frac{20}{90} + \frac{6}{90} + \frac{2}{90}$$

$$= \frac{28}{90}$$

$$= \underline{\underline{\frac{14}{45}}}$$

19. Jika x dan y bilangan bulat yang memenuhi persamaan $(x+1)(y+2) = 9$, maka Tentukan nilai xy yang terbesar.

$$(x+1)(y+2) = 9 \times 1$$

$$= 3 \times 3$$

$$= 1 \times 9$$

$$= (-9) \times (-1)$$

$$= (-3) \times (-3)$$

$$= (-1) \times (-9)$$

$$(1) \rightarrow x+1 = 9, y+2 = 1$$

$$x = 8, y = -1 \rightarrow xy = -8$$

$$(2) \rightarrow x+1 = 3, y+2 = 3$$

$$x = 2, y = 1 \rightarrow xy = 2$$

$$(3) \rightarrow x+1 = 1, y+2 = 9$$

$$x = 0, y = 7 \rightarrow xy = 0$$

$$(4) \rightarrow x+1 = -9, y+2 = -1$$

$$x = -10, y = -3 \rightarrow xy = 30$$

$$\text{max}$$

$$(5) \rightarrow x+1 = -3, y+2 = -3$$

$$x = -4, y = -5 \rightarrow xy = 20$$

$$(6) \rightarrow x+1 = -1, y+2 = -9$$

$$x = -2, y = -11 \rightarrow xy = 22$$

30

20. Diketahui pola bilangan :

1, 4, 5, 9, 14, 23, 37, M, N.

$$M = 23 + 37$$

$$= 60$$

Perkumpulan Pembina QSN

Jawa Tengah

Nilai dari $(N+3)^2 - M^2 = \dots$

$$N = 37 + M$$

$$= 37 + 60$$

$$= 97$$

$$= (97+3)^2 - 60^2$$

$$= 100^2 - 60^2$$

$$= 10000 - 3600$$

$$= \underline{\underline{6400}}$$

21. Diketahui barisan 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Sisa dari bilangan ke-100 pada barisan di atas bila dibagi 8 adalah ...

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & , & 1 & , & 2 & , & 3 & , & 5 & , & 8 & , & 13 & , & 21 & , & 34 & , & 55 & , & 89 & , & 144 & , & 233 & , & 377 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \Rightarrow & 1 & , & 1 & , & 2 & , & 3 & , & 5 & , & 0 & , & 5 & , & 5 & , & 2 & , & 7 & , & 1 & , & 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 12 \text{ bilangan} \\ 12 \text{ bilangan} \end{array} \right.$$

$$\frac{100}{12} = 8 \text{ sisa } 4 \rightarrow \underline{\underline{3}}$$

bilangan sisa yg ke 4 = 3

22. Jika bilangan ganjil dikelompokkan seperti berikut:

$$\underbrace{(1)}_1, \underbrace{(3,5)}_8, \underbrace{(7,9,11)}_{27}, \underbrace{(13,15,17,19)}_{64}, \underbrace{(21,23,25,27,29)}_{125}, \dots$$

Tentukan jumlah bilangan-bilangan dari kelompok ke-8.

$$\begin{array}{ll} \text{kel I} & = 1 = 1^3 \\ \text{II} & = 8 = 2^3 \\ \text{III} & = 27 = 3^3 \\ \text{IV} & = 64 = 4^3 \\ \text{V} & = 125 = 5^3 \end{array}$$

Jadi jumlah kelompok ke-8 = $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = \underline{\underline{512}}$

23. Banyaknya susunan huruf yang terbentuk dari "K A K A K" adalah

$$\begin{array}{l} \underline{K} \underline{K} \underline{A} \underline{A} \underline{K} \quad \underline{A} \underline{K} \underline{A} \underline{K} \underline{K} \quad \underline{A} \underline{K} \underline{K} \underline{A} \underline{K} \quad \underline{A} \underline{K} \underline{K} \underline{K} \underline{A} \\ K \underline{K} (A) K \quad K \underline{A} \underline{K} \underline{A} \quad K \underline{A} \underline{K} \underline{K} \underline{A} \\ K (A A) K K \quad K \underline{K} \underline{A} \underline{K} \underline{A} \\ (A A) K K K \end{array}$$

atau $4 + 3 + 2 + 1 = \underline{\underline{10}}$

atau Rumus

$$\frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 4}{2} = \underline{\underline{10}}$$

24. Diberikan

$$x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}, \quad \text{dan} \quad y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

Nilai dari $(x + y)^2 + x^2 + y^2$ adalah....

$$\begin{aligned} &= (x + y)^2 + (x + y)^2 - 2xy \\ &= 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 1 \\ &= 25 + 25 - 2 \\ &= 50 - 2 \\ &= \underline{\underline{48}} \end{aligned}$$

$$x + y = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{7 + 2\sqrt{21} + 3 + 7 - 2\sqrt{21} + 3}{7 - 3}$$

$$= \frac{20}{4} = 5$$

$$x \cdot y = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

$$= 1$$

25. Diketahui persamaan $(2x - 7)^{x^2 - x} = 1$.
Tentukan jumlah semua nilai x bilangan bulat yang memenuhi.

$$* 2x - 7 = 1$$

$$2x = 8$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

$$* x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$\underline{\underline{x = 0}} \vee \underline{\underline{x = 1}}$$

$$* 2x - 7 = -1$$

$$2x = 6$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

$$\text{check} \rightarrow 3^2 - 3 = 6$$

$$(-1)^6 = 1$$

$$\boxed{a^b = 1}$$

$$* a = 1 \rightarrow 1^b = 1$$

$$* b = 0 \rightarrow a^0 = 1$$

$$* a = -1 \rightarrow b \text{ genap}$$

$$\text{Jadi jumlah} = 4 + 0 + 1 + 3$$

$$= \underline{\underline{8}}$$